



NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, Våren 2010

# Verdivurdering av et oljeprosjekt

- *En realopsjonstilnærming*

av **Sindre Aven**

**Veileder: Jens Bengtsson**

Masterutredning i fordypningsområdet finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen innestår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

## Sammendrag

Denne utredningen tar for seg hvordan realopsjonsteori kan brukes for å verdivurdere et oljeprosjekt. Spesielt fokuseres det på å konstruere en modell som er intuitiv og lett anvendbar for beslutningstakere.

Først gis en innføring i oljebransjen og grunnleggende realopsjonsteori. Deretter lages en realopsjonsmodell for å evaluere verdien av et oljefelt, med Cox, Ross og Rubinstein (1979) som utgangspunkt. Det redegjøres for hvordan realopsjonene bidrar til å skape en tilleggsverdi til prosjektet sammenlignet med standard nåverdianalyse. Resultatene av modellen blir drøftet i forhold til empiri.

Kompleksiteten ved å evaluere et oljefelt er høy, og vesentlig oppmerksomhet rettes mot å avgrense modellen på en god måte. Det fremheves at høy kompleksitet og en mer teknisk modell ikke nødvendigvis gir mer nøyaktige svar, siden inputparametrene i modellen er preget av høy usikkerhet. Resultatene indikerer at verdien av fleksibilitet kan være betydelig i evalueringen av et oljefelt. Generelt varierer premien fra 20-500 % ved å endre på parametre innenfor et realistisk mulighetsområde.

## Forord

Denne utredningen er gjennomført som en del av masterstudiet i finansiell økonomi ved Norges Handelshøyskole (NHH). Teamet er anvendelse av realopsjonsteori i oljebransjen. Jeg synes dette er et svært spennende fagområde, da det kombinerer både tradisjonell investeringsanalyse og interessant opsjonsteori.

Det har vært et lærerikt semester å arbeide med denne utredningen. Jeg har fått bred og god innsikt i både opsjonsteori og oljebransjen. Underveis har jeg fått nyttige erfaringer om å jobbe selvstendig på et langvarig prosjekt. Det har dessuten vært svært engasjerende å lese seg opp på journaler innen et fagområde som fremdeles er under stor forskning.

Jeg vil benytte anledningen til å takke min veileder, Jens Bengtsson, for grundig og god veiledning under hele prosessen med oppgaven. Samtidig ønsker jeg også å takke min far, Helge Aven, for konstruktive innspill til de tekniske analysene i C++.

Bergen, 2. juni 2010

Sindre Aven

## Innhold

SAMMENDRAG.....	2
FORORD.....	3
<b>1. INNLEDNING .....</b>	<b>7</b>
1.1 BAKGRUNN .....	7
1.2 PROBLEMSTILLING .....	8
1.3 AVGRENsing.....	8
1.4 OPPGAVENS STRUKTUR .....	8
<b>2. OLJEBRANSJEN.....</b>	<b>10</b>
2.1 GENERELLE TREKK.....	10
2.1.1 <i>Trender på norsk kontinentalsokkel</i> .....	10
2.1.2 <i>Karakteristika ved et oljeprosjekt</i> .....	11
2.2 USIKKERHET .....	14
2.2.1 <i>Relevante og irrelevante risikohensyn</i> .....	14
2.2.2 <i>Reservoarusikkerhet</i> .....	14
2.2.3 <i>Faseavhengig usikkerhet</i> .....	16
2.3 OLJEPRISEN .....	16
2.3.1 <i>Oversikt</i> .....	16
2.3.2 <i>Historisk utvikling</i> .....	17
2.3.3 <i>Prognosemodeller</i> .....	19
2.3.4 <i>Geometrisk Brownsk bevegelse</i> .....	20
2.3.5 <i>Mean reversion</i> .....	21
2.3.6 <i>Convenience yield</i> .....	22
<b>3. REALOPSJONSTEORI I OLJEBRANSJEN.....</b>	<b>23</b>
3.1 OVERSIKT.....	23
3.1.1 <i>NPV-metoden</i> .....	23

---

3.1.2	<i>Fra NPV-metoden til realopsjoner.....</i>	23
3.1.3	<i>Definisjon av realopsjon.....</i>	24
3.1.4	<i>Studier på realopsjoner.....</i>	25
3.2	FLEKSIBILITET .....	26
3.2.1	<i>Typer av fleksibilitet ved et oljeprosjekt.....</i>	26
3.2.2	<i>Startfleksibilitet.....</i>	27
3.2.3	<i>Fleksibilitet til å avslutte et prosjekt.....</i>	28
3.2.4	<i>Fleksibilitet til å starte\stoppe.....</i>	29
3.2.5	<i>Fleksibilitet til å endre kapasitet.....</i>	29
3.2.6	<i>Sammensatte opsjoner og interaksjoner .....</i>	30
3.3	NUMERISKE METODER FOR REALOPSJONER.....	31
3.4	DISKRET BINOMISK PRISMODELL .....	32
3.4.1	<i>Underliggende formler for trebyggingsprosessen.....</i>	32
3.4.2	<i>Risikonøytral evaluering.....</i>	34
<b>4.</b>	<b>PRESENTASJON AV MODELLEN.....</b>	<b>35</b>
4.1	MODELLVALG .....	35
4.2	FASENE .....	36
4.3	PRESENTASJON AV FREMGANGSMÅTE.....	37
4.3.1	<i>Steg 1 – Nåverdi av prosjekt uten fleksibilitet.....</i>	37
4.3.2	<i>Steg 2 – Omgjøre hendelsestreet til et handlingstre.....</i>	40
4.3.3	<i>Steg 3 – Verdsetting av prosjektet med fleksibilitet.....</i>	44
<b>5.</b>	<b>ANALYSE.....</b>	<b>47</b>
5.1	ESTIMERING AV MODELLPARAMETRE .....	47
5.2	RESULTATER.....	49
5.2.1	<i>Verdivurdering.....</i>	49
5.2.2	<i>Implikasjoner .....</i>	53
5.2.3	<i>Ulemper ved realopsjonsmodellen.....</i>	54
5.2.4	<i>Supplerende beregninger .....</i>	55

---

5.2.5	<i>Håndtering av mer komplekse scenarioer.....</i>	<i>56</i>
<b>6.</b>	<b>OPPSUMMERING OG KONKLUSJON.....</b>	<b>59</b>
6.1	LITTERATURLISTE .....	61
6.2	APPENDIX.....	65
6.2.1	<i>Appendix A .....</i>	<i>65</i>
6.2.2	<i>Appendix B – Beregning av et eksempel.....</i>	<i>65</i>
6.2.3	<i>Appendix C.....</i>	<i>67</i>

---

# 1. Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Siden det første funnet av olje ble gjort på den norske kontinentalsokkelen i 1968, har norsk oljeaktivitet vært i kraftig vekst. Ved årsskiftet 2008/2009 ble det produsert olje og gass fra totalt 70 felt (Oljedirektoratet (2009)). I de første tiårene av norsk oljehistorie har feltene vært preget av høy grad av usikkerhet, men samtidig også av et enormt potensial. Inntektene fra feltene har vært store, og utviklingskostnadene har blitt dekket lett inn gjennom produksjonsinntektene. En viktig trend på norsk kontinentalsokkel de siste 10-15 årene er imidlertid at produksjonen fra de største oljefeltene har avtatt. Erstatningen har vært utvikling av flere mindre og mer marginalt lønnsomme oljefelt. Det er denne trenden som utgjør bakgrunnen for denne utredningen.

Ved mindre og mer marginale oljefelt, er det nødvendig å rette oppmerksomheten mot fleksible løsninger og en korrekt verdivurdering av dens verdi. De nyere tids bevegelser i verdensøkonomien, hvor volatiliteten i oljeprisen har nådd nye høyder, vil også øke behovet for modeller hvor beslutningstakerne kan respondere på ulike usikkerhetsscenarioer.

En økende mengde empirisk arbeid stadfester at tradisjonelle verdivurderinger undervurderer verdien av prosjekter. Kritikere av netto nåverdimetoden (NPV) argumenterer med at teknikken feiler i å fange opp verdien av fleksibilitet i beslutningssituasjoner [Triantis og Hodder (1990) og Trigeorgis (1996)]. Realopsjonsmodeller er til sammenligning mer fokusert rundt beskrivelsen av usikkerhetskilder, og er spesielt velegnet til å verdivurdere fleksibiliteten til å ta valg underveis i prosjektet. Realopsjoner gir ledelsen mulighet, men ikke plikt, til å gjøre en handling. Typiske realopsjoner er muligheten til å utsette, ekspandere, kontrahere og avslutte et prosjekt. Et selskap som besitter slike realopsjoner er mer fleksibelt, og dermed mer verdifullt enn et selskap som ikke har dem. I tillegg til å verdisette opsjonene, gir realopsjonsmodeller også indikasjoner for når opsjonene bør utøves.

Til tross for disse fordelene, er utbredelsen av realopsjoner i industrien ennå begrenset. Copeland et al (2001) påstår at ledere ikke jobber nok for å bedre forståelsen og bruken av

realopsjoner. Den matematiske fremstillingsformen som fagartikler om emnet blir presentert i, ofte gjennom stokastiske differensiallikninger, kan også ha gjort at teorien har vært lite velegnet til anvendelse av praktikere i industrien.

## 1.2 Problemstilling

Formålet med denne masteroppgaven er todelt. På den ene siden er målet å belyse hvordan en kan bruke realopsjoner som et beslutningsverktøy for å modellere fleksibilitet til et oljeprosjekt. Samtidig er det også et formål å diskutere realopsjonsteori på en måte som er brukervennlig for beslutningstakere, og som belyser intuisjonen i de valgene som gjøres. Problemformuleringen er som følger:

*Hvordan kan realopsjonsteori anvendes av praktikere for å verdisette et uutviklet offshore oljefelt?*

## 1.3 Avgrensing

Denne oppgaven tar sikte på å gi en innføring i hvordan en kan gå fram for å verdisette et oljefelt basert på realopsjonsteori. Vi skal se at å verdisette et oljefelt er en svært kompleks oppgave, og utredningen er derfor preget av en del forenklinger. Prinsippene som illustreres er imidlertid de samme som brukes til å modellere mer komplekse scenarioer.

På grunn av vanskeligheten med å få tak i relevant prosjektdata for et virkelig oljefelt, så er datagrunnlaget for oppgaven dels basert på fiktive tall. Det antas videre at analysen foregår på prosjektnivå. Spørsmål som angår interaksjoner med andre prosjekter, for eksempel optimal konstruksjon av en portefølje av prosjekter, er derfor ikke vektlagt.

## 1.4 Oppgavens struktur

Denne utredningen består av 4 hovedkapitler.

Kapittel to omhandler oljebransjen, og beskriver generelle trekk ved oljeprosjekter og usikkerhetsfaktorene i bransjen. På prosjektnivå fremheves oljepris og reservoarusikkerhet som viktige usikkerhetsparametre, og oljeprisen vies et eget delkapittel.



En beskrivelse av realopsjoner blir gitt i kapittel tre. Sentrale begreper ved realopsjonsteori presenteres, og det forklares hvilke fleksibilitetstyper som er aktuelle i et oljeprosjekt.

I kapittel fire presenteres modellen, og det diskuteres en fremgangsmåte for hvordan en kan verdisette et oljeprosjekt ved bruk av realopsjonsteori.

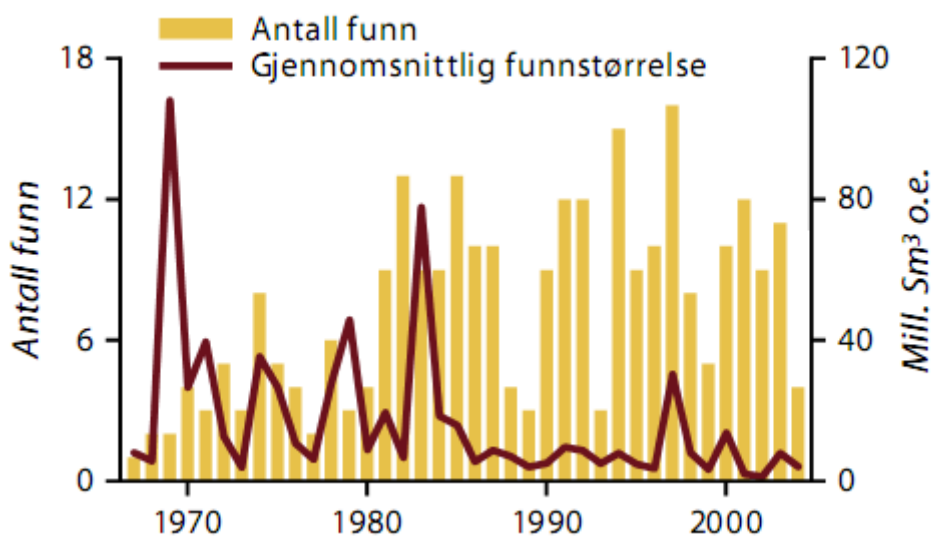
Kapittel fem sammenfatter resultater, sensitivitetsanalyser og drøftelse av modellen. Til slutt følger oppsummering og konklusjon.

## 2. Oljebransjen

### 2.1 Generelle trekk

#### 2.1.1 Trender på norsk kontinentalsokkel

En viktig trend på norsk kontinentalsokkel er at de store feltene ikke lenger er de dominerende bidragsyterne til oljeproduksjonen. I følge Oljedirektoratet (2009) var det i år 2000 11 felt med en daglig oljeproduksjon høyere enn 100 000 fat, mens i 2008 var det bare fem felt som hadde så høy produksjon. Samtidig har antallet små felt med lavere produksjon enn 50 000 fat per dag økt jevnt. Denne trenden ventes å fortsette. Årsaken er usannsynlighet for at det eksisterer store uoppdagede oljefelt på norsk sokkel<sup>1</sup>. Nye oppdagelser er derfor forventet å bestå av små oljefelt. Denne hypotesen støttes også av empiriske resultater, som viser en klar nedgang i gjennomsnittlig funnstørrelse (se figur 2.1).



**Figur 2.1** Antall funn og gjennomsnittlig funnstørrelse, 1967 -2004. Oljedirektoratet (2009)

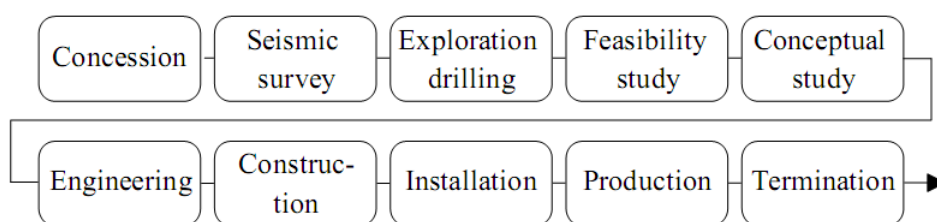
<sup>1</sup> Et unntak kan være Barentshavet hvor det er store områder med lite data og ingen letebrønner.

I tillegg til at gjennomsnittstørrelsen på oppdagede felt har falt jevnt siden begynnelsen av 80-tallet, så har også feltene blitt mer økonomisk marginale. Mens tidligere prosjekter var ”garantert” lønnsomme, så må nye prosjekter evalueres grundig. Funnene befinner seg under stadig mer vanskelige forhold, og både ressursgrunnlaget og kostnadsbildet er svært usikkert. I tillegg er det utfordringer knyttet til flerfasetransport over lange distanser og mangel på gassavsetningsmuligheter. Disse egenskapene gjør fleksibilitet til et viktig element i verdivurderingen.

I de tre første tiårene fram mot år 2000, økte norsk oljeproduksjon jevnt. Etter 2001 har imidlertid total oljeproduksjon avtatt på norsk sokkel. Det gjør at norske oljeselskaper også har begynt å satse på utvinning av andre typer oljemineraler, for eksempel oljesand. Utvinning av denne type oljemineraler er preget av omfattende renseprosesser, og dermed en høy marginalkostnad. Det eksisterer derfor svært sterke incentiver også her for at oljeindustrien bør inkludere verdien av fleksibilitet i sine evalueringer.

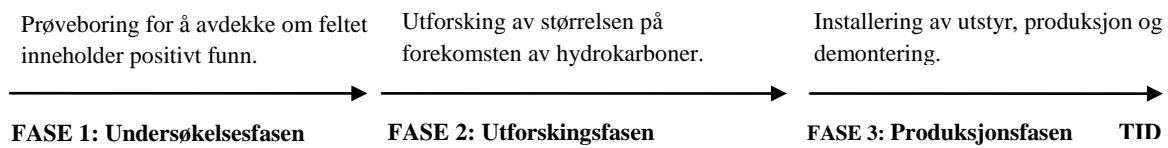
### 2.1.2 Karakteristika ved et oljeprosjekt

Utvikling av et oljefelt er et prosjekt som består av flere komplekse og sekvensielle oppgaver. Det er derfor naturlig å dele prosjektet inn i faser for å reflektere det sekvensielle mønsteret av handlingsvalg og usikkerhet. Rolstadsås (1986) inndeler utviklingsfasen til et oljeprosjekt i 10 faser – helt fra tildeling av lisens til avslutning av prosjektet (se figur 2.2).



**Figur 2.2** Faser ved utvikling av et oljefelt. (Rolstadsås (1986))

Smit (1997) angir imidlertid en mindre detaljert inndeling, hvor de respektive fasene er aggregert til tre faser (se figur 2.3).



**Figur 2.3** Aggregerte prosjektfaser

### Undersøkelsesfasen

Seismiske data oppnås gjennom kartlegging av havbunnen ved hjelp av lydbølger, hvor lydbølgene reflekteres i ulik hastighet etter hvilke geologiske lag de møter. Disse dataene hjelper for å kartlegge mulige soner som inneholder hydrokarboner. Seismiske data kan likevel ikke avgjøre hvilke væsketyper som finnes i berggrunnen, og en prøveboring må gjøres for å avsløre et potensielt oljefelt.

I denne fasen er det flere realopsjoner som er tilgjengelig for ledelsen (Mun (2002)). Ledelsen kan velge om den vil investere i seismiske studier med ekstra høy oppløsning og dermed en bedre beskrivelse av berggrunnen, men til en vesentlig høyere pris. Vil usikkerheten om berggrunnen i så fall reduseres så mye at det forsvaret investeringen? I tillegg må ledelsen ta stilling til hvor mange prøveboringer som bør gjøres.

### Utforskningsfasen

Når tilstrekkelig data (seismiske data og prøveboring) er innsamlet, så går prosjektet inn i utforskningsfasen. Her tas det stilling til sentrale spørsmål om antall og type produksjonsbrønner som skal installeres, prosesseringsutstyr og hvilket transporteringsystem som bør velges. Et sentralt element for hvilke løsninger en velger, er å avdekke størrelsen og lokaliseringen til feltet.

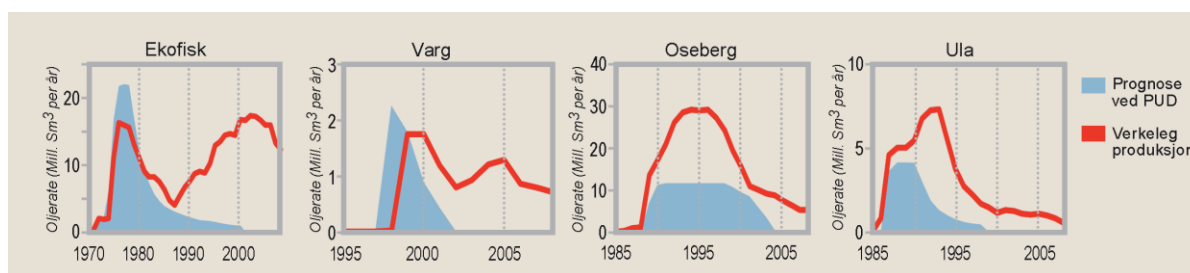
Undervannsløsninger er en teknologiform i sterk utvikling, og kan være et godt alternativ til faste installasjoner på dype forhold. Denne type løsning er også spesielt interessant i lys av realopsjonsteori, da den gir store fleksibilitetsmuligheter. For eksempel kan man med undervannsløsninger lettere knytte opp nye anlegg til tidligere ledningsnett. Man har også

anledning til å konstruere et utstrakt nettverk av anlegg og transportledninger på havbunnen, gitt at bunnforholdene ligger til rette for det.

## Produksjonsfasen

Et oljefelt har en typisk produksjonsprofil på mellom 15-30 år, men dette varierer etter størrelsen og forholdene som feltet befinner seg i. Forbedring av produksjonsmetodene fra reservoarene har blitt et stadig viktigere emne de siste årene, og Oljedirektoratet (2009) understreker betydningen av tiltak som kan øke utvinningsgraden ytterligere. Noen eksempler er boring av nye brønner, tiltak for å få mer ut av eksisterende brønner, injeksjon i reservoarene og tilpasninger i prosessanlegg. Utvikling av nye teknologi har også vært svært viktig for å øke utvinningen, og er det fremdeles. Teknologikutviklingen gjør det for eksempel mulig å bore brønner på måter som tidligere var teknisk umulig.

Figur 2.4 viser spriket mellom opprinnelig utbyggingsplan og faktisk produksjonsutvikling for feltene Ekofisk, Varg, Oseberg og Ula. Ut fra de gamle planene skulle feltene ha vært nedstengt i dag. Men nye tiltak har resultert i at både utvinningsgraden og levetiden til feltene har økt betraktelig. Disse eksemplene illustrerer at det kan skapes betydelige verdier gjennom å øke utvinningen. De illustrerer også et annet poeng; nemlig at historisk har selskaper fått større innsikt og ny kunnskap underveis i produksjonsperioden. Dette gir grunnlag for å gjennomføre utvidelser som en ikke kunne gjøre på utbyggingstidspunktet. Realopsjonsteori kan være et velegnet rammeverk for å vurdere verdien av slike nye investeringstiltak.



**Figur 2.4** Produksjonsutvikling for Ekofisk, Varg, Oseberg og Ula (Oljedirektoratet (2009))

## 2.2 Usikkerhet

### 2.2.1 Relevante og irrelevante risikohensyn

Bøhren og Ekern (1987) understreket at relevant risiko i et oljeprosjekt avhenger kritisk av hvilket nivå det analyseres på. Hvis et prosjekt sees økonomisk isolert fra annen aktivitet, blir stort sett all potensiell usikkerhet relevant. Analyseres prosjektet derimot som en samlet del av selskapets verdiskapning, kan det hende at bare oljepris- og valutarisiko er relevant. Det analysenivået som legges til grunn i denne utredningen er prosjektnivået. På dette nivået er all risiko ved prosjektet og bare den relevant. Det betyr at prosjektet ikke sees risikomessig sammen med andre aktiviteter. En fullgod risikovurdering av prosjektet bør imidlertid også inkludere mer aggregerte analyseperspektiver.

Modelleringsmessig betyr valg av *prosjektnivå* maksimal kompleksitet og mye arbeid med prosjektintern usikkerhet (varsiansleddet). Fordelen er at en ikke trenger å modellere samvariasjon med andre aktiviteter (kovarians med referanseportefølje). I tråd med Bøhren og Ekern (1987) kan risiko ved et oljeprosjekt inndeles i fem risikokategorier.

- 1) **Reservoarrisiko** (Forekomst av hydrokarboner, volum av ressurs, blandingsforhold)
- 2) **Utbyggingsrisiko** (Teknologi, investeringsvolum, oppstartstidspunkt)
- 3) **Produksjonsrisiko** (Utvinningsgrad, produksjonsprofil, trykk, driftskostnader)
- 4) **Inntektsrisiko** (Olje- og gasspris, valutakurser)
- 5) **Politisk risiko** (Skatte og avgifter, landrisiko)

På prosjektnivå skal alle fem risikokategorier med i prosjektanalysen. For å redusere kompleksiteten til modellen er det imidlertid vanlig å velge noen få sentrale usikkerhetsdrivere. I denne utredningen vil oljepris, kostnader og reservoarvolum utgjøre de sentrale variablene. En gjennomgang av hver av disse følger nedenfor.

### 2.2.2 Reservoarusikkerhet

Å oppnå kunnskap om reservoaret og dets egenskaper er noen av de vanskeligste oppgaver i et oljeprosjekt. Spesielt er dette vanskelig for nye felt, men erfaring har vist at det eksisterer usikkerhet også ved modne felt som har hatt flere år med produksjon (Oljedirektoratet (2009)). Den generelle trenden er likevel at etter hvert som prosjektet utvikles vil kunnskapen om feltet forbedres, og informasjon fra nye produksjons- og prøvebrønner gir

etter hvert en fullgod forståelse av reservoaret. Ved prosjektstart er imidlertid lite av denne kunnskapen tilgjengelig, noe som gjør at usikkerheten om feltet er svært høy. Det er på dette stadiet verdivurderingen av fleksibilitet er spesielt nyttig.

Store oljeselskaper bruker komplekse modeller som beskriver egenskapene i feltet; eksempelvis oversikt over både volum, trykk, porøsitet, gjennomtrengelighet, borer og osv. For en økonomisk analyse av fleksibilitet er det primært produksjonsprofilen til feltet vi er ute etter. Det er utviklet flere reservoarmodeller som behandler problemstillingen. Asheim og Hallefjord (1988) argumenterer for bruk av en enkel modell når kunnskapen er usikker, fordi verdien av en avansert modell da vil være begrenset. En slik modell er *Tank modellen*, hvor oljefeltet kan betraktes som en ball fylt med olje, og hver produksjonsbrønn er et strå som trekker ut olje fra ballen. Haugland et al (1988) illustrerer en mer avansert tilnærming, som også tar hensyn til at produksjonen fra en oljebrønn kan påvirke produksjonstrykket i andre oljebrønner på feltet.

Den enkleste måten å beskrive produksjonsprofilen til et oljefelt er å anta at det finnes et sett av produksjonsprofiler, hvor usikkerheten er gitt av sannsynlighetsfordelingen for disse scenarioene. Denne måten å behandle reservoar-usikkerhet på er også analogt med bidragene gitt av Bjørstad et al (1989) og Haugen (1996). Begrunnelsen er at på et tidlig stadium er kunnskapen om feltet svært begrenset, noe som gjør det unødvendig å beskrive feltet gjennom en reservoarmodell. I stedet kan det være tilstrekkelig å angi noen ”røffe” estimerer over mulige produksjonsprofiler i startfasen til prosjektet. Et eksempel kan for eksempel være å lage til tre a priori scenarioer over feltvolumet: Høy, medium eller lavt volum.

Flere artikler behandler også spørsmålet om hvordan en skal verdsette verdien av ny reservoarinformasjon etter hvert som tiden går. Hatchuel og Moisdon (1997) og Lund (1997) presenterer Bayesiansk analyse som en naturlig metode for å oppdatere sannsynlighetsfordelingen til reservoarvolumet. Det første steget i en Bayesiansk analyse er å spesifisere sannsynlighetsfordelingen ( $\pi_i$ ) til reservoarvolumet basert på informasjonen fra seismiske undersøkelser og prøvebrønner. Deretter kan en la  $p_{m/i}$  være den betingede sannsynligheten av å motta informasjonen  $m$  gitt at virkelig volum er  $i$ , hvor  $\pi_i$  er a priori sannsynlighetsfordeling av volumet  $i$ , og  $p_m$  angir sannsynligheten for at en mottar informasjonen  $m$ . Den nye sannsynlighetsfordelingen (gitt informasjon  $m$ ) for reservoarvolumet kan da finnes basert på Bayes teorem.

$$(\pi_i|m) = \frac{p_{m|i} \pi_i}{p_{m|k} \pi_k} = \frac{p_{m|i} \pi_i}{p_m} \quad (1)$$

I store deler av produksjonsfasen er det ofte produksjonsutstyret som er flaskehalsen for hvor mye olje en kan utvinne, da trykket ut av brønnene er høyere enn maksimalt produksjonsnivå på plattformene. I den siste delen av produksjonsfasen kan imidlertid trykket fra brønnen bli lavere enn plattformkapasiteten, og produksjonen fra brønnene starter å falle. Fra dette kan en se at i det øyeblikk produksjonen går inn i nedgangsfasen, så avsløres samtidig virkelig gjenværende trykk i reservoaret, og dermed volumet. Dermed er en Bayesiansk sannsynlighetsoppdatering unødvendig idet produksjonen entrer denne fasen<sup>2</sup>.

### 2.2.3 Faseavhengig usikkerhet

I et oljeprosjekt vil de forskjellige fasene være preget av ulike usikkerhetskilder. Reservoarusikkerheten kan for eksempel være svært høy i en tidlig fase, men avdekkes etter hvert som prøvebrønner og produksjonsbrønner installeres. Det gjør at denne type usikkerhet ikke er like relevant i de senere faser av prosjektet.

Det kan også være tilfeller hvor prosjektet drives av flere usikkerhetskilder. Det kan tenkes at både ”oljepris” og ”reservoarvolum” er viktige usikkerhetsparametre i utforskningsfasen til prosjektet, mens for eksempel usikkerhet ved ”oljepris” og ”variable kostnader” er viktige drivere i produksjonsfasen. For at modelleringen likevel ikke skal bli for kompleks, er det vanlig å aggregere usikkerheten til noen få sentrale usikkerhetsdrivere.

## 2.3 Oljeprisen

### 2.3.1 Oversikt

Typiske verdidrivere i et offshore oljeprosjekt inkluderer flere faktorer: Heldige funn som følge prøveboring; geologisk informasjon; synergieffekter med andre prosjekter (for eksempel lave investeringskostnader fordi feltet er nær produksjonsutstyr eller transportnett som selskapet er i besittelse av fra før); og til slutt en kritisk enkeltfaktor: Oljeprisen. En

---

<sup>2</sup> Denne analysen er basert på en enkel Tank-modell, og er nødvendigvis ikke helt representativ for virkeligheten. For eksempel kan et felt bestå av flere produksjonsbrønner, og et trykkfall i en av brønnene trenger nødvendigvis ikke å avsløre samlet reservoarvolum.



gjennomgang av mulige oljeprisscenarioer er derfor nødvendig for å gi et godt estimat på profitten en får over levetiden til prosjektet. Trenden de siste 15 årene med utbygging av mindre og mer marginale oljefelt gjør at utviklingsbeslutninger er kritisk avhengig av riktige oljeprogner. Tilbakeblikk på historien viser imidlertid at ekspertprognosene ikke alltid har vært innenfor akseptabel rekkevidde for hvordan oljeprisen faktisk utviklet seg. Utfordringen med å lage akseptable oljeprogner gjenstår derfor å se.

Veksten i folkerike land som Kina og India innebærer en dramatisk økning i verdens energibehov de neste årene. En skal være sterk i troen på alternative energikilder for å mene at store deler av denne økningen kan dekket opp av annet enn fossil brensel. Likevel er det lite sannsynlig med et nytt oljesjokk a la 2008 de nærmeste årene, hvor oljeprisen i løpet av noen få måneder steg fra 110 til nesten 150 dollar. Det finnes i dag store lagre av råolje og ulike oljeprodukter både til lands og til vanns. Oljekartellet Opec har også mye større produksjonskapasitet i bakhånd nå enn det hadde for to år siden. En økning i etterspørselen etter råolje på kort sikt kan også enkelt dekket av at Saudi-Arabia skrur opp kranen. Ingenting av dette hjelper imidlertid på lengre sikt. Når etterspørselen tar igjen verdens produksjonskapasitet, vil prisene trolig på ny gå i været. (Dagens næringsliv (2010)).

### 2.3.2 Historisk utvikling

Norsk oljeproduksjon startet på Ekofisk feltet i Nordsjøen i 1971. Siden den gang har både det norske og internasjonale oljemarkedet vært preget av forandringer i råoljeprisen. Disse inkluderer både lange og kortsiktige svingninger. En historisk oversikt over oljeprisen fra 1985 – 2010 er gjengitt i figur 2.5.



**Figur 2.5** Råoljepris (U.S. Energy Information Administration, 2010)

I påfølgende avsnitt følger en kort historisk gjennomgang over oljeprisens utvikling i etterkrigstiden. Denne korte historiske gjennomgangen er bare ment for å danne bakgrunn for den påfølgende diskusjonen av prognosemodeller for oljeprisen. Den er langt fra komplett, og det eksisterer flere andre medvirkende forklaringer på prisfluktuasjonene enn det som er beskrevet nedenfor. For en grundigere innføring i oljens historie henvises leserne til Maugeri (2006).

To år etter oppstarten av Ekofisk feltet opplevde norske oljemarkedet sitt første prissjokk. På grunn av krigen i Midtøsten og en plutselig nasjonalisering av amerikanske oljeselskaper i Golfen ble oljeprisen fordoblet. Deretter fulgte en periode på 5 år fra 1973 til 1978 hvor oljeprisen var forholdsvis stabil. Så inntraff et nytt prissjokk i 1978 hvor hovedårsaken skyldes den iranske revolusjonen i 1978 og den påfølgende krigen mot Irak. (Austvik (1986)). På grunn av en plutselig reduksjon i produksjonen<sup>3</sup>, og stor frykt for tilbudsproblemer, nådde råoljeprisen et historisk maksimum på 40 dollar (nominelt) i årsskiftet 1980-1981. Etter denne toppen sank oljeprisen jevnt i fire år med en årlig reduksjon på 6 %, og i 1985 var den på 27.3 dollar per fat. Denne nedgangen i pris skyldes bedret balanse mellom tilbud og etterspørsel. På slutten av 1985 kollapset imidlertid oljeprisen på grunn av manglende stabilitet på tilbudssiden, og oljeprisen nådde sitt laveste nivå på 12.25 dollar i 1986.

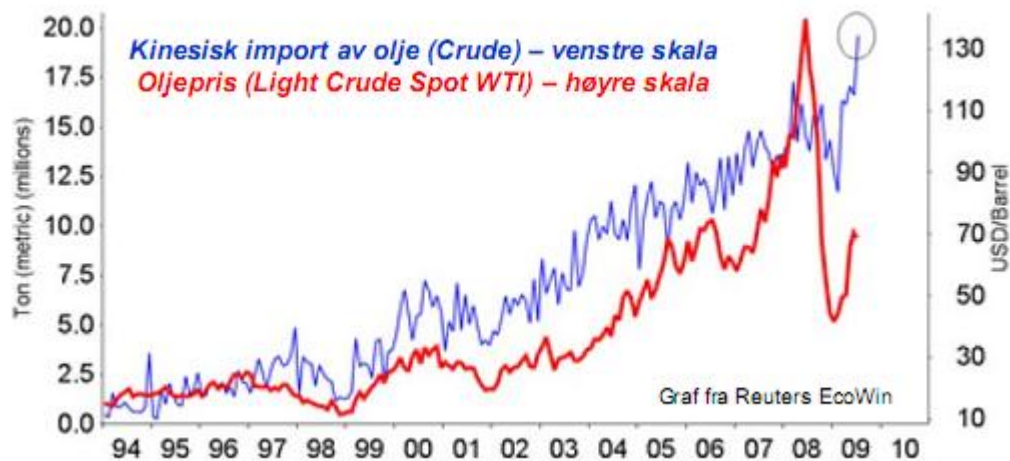
Fra 1986-2003 har det ikke vært noen oljesjokk av samme størrelse som i 1973, 1981 og 1986, selv om oljeprisen har fluktuert kraftig i enkelte perioder. For eksempel steg oljeprisen brått i 1990, noe som skyldes den irakiske invasjonen av Kuwait. Det gikk likevel ikke lang tid før prisen falt tilbake til tidligere nivåer. Fra figur 2.5 ser en at oljeprisen opplevde en sterk nedgang i 1998 og 1999. Det skyldes i første rekke den økonomiske krisen i Asia, som førte til at oljeforbruket i denne regionen ble redusert etter mange år med sterk vekst.

I årene 2003-07 økte oljeprisen gradvis, drevet av en uventet vekst i forbruket; ikke minst i Kina, som nå har verdens nest største oljekonsum. Verken OPEC eller andre oljeprodusenter hadde ventet en slik forbruksvekst, og tilbudssiden var derfor vært preget av knappe forsyninger, noe som presset prisen ytterligere oppover. Den spente situasjonen i Midtøsten generelt, og i Irak spesielt, bidro også til de høye oljeprisene. En indikasjon på Kina sin rolle

---

<sup>3</sup> Total produksjon i Iran og Irak var 5.7 millioner fat per dag i 1979. I 1981 var produksjonen redusert med 70 prosent til 1.7 millioner fat per dag.

for bevegelse av oljeprisen er vist i figur 2.6. Legg spesielt merke til den ekstreme veksten i oljeimport forut for finanskrisen i 2007.



**Figur 2.6** Oljepris og kinesisk import av råolje (Reuters EcoWin, 2010)

Den kanskje mest dramatiske hendelsen i verdens oljeprishistorie inntraff imidlertid i nyere tid: Oljeprisen steg til nesten 150 dollar sommeren 2008, for deretter å falle til under 40 dollar et halvt år senere da finanskrisen herjet som verst. Slike ekstreme svingninger i oljeprisen har tidligere i historien vært helt fraværende.

### 2.3.3 Prognosemodeller

En kan aggregere prognosemodeller inn i tre grove kategorier; scenariomodeller, økonomiske modeller og stokastiske prosesser (Lund (1997)). De to første modellene har visse likhetstrekk, og begge tar i betraktning samspillet mellom markedsaktørene på oljemarkedet, hvor oljeprisen avgjøres av samspillet mellom tilbud og etterspørsel. Stokastiske prosesser er derimot ikke basert på økonomisk teori, og har ikke den samme forbindelsen med markedet. I stedet for å modellere markedsmekanismene, så rettes oppmerksomheten mot en vilkårlig prisbevegelse i seg selv. Begrunnelsen for å anvende en slik modell er at for markedsaktører uten stor påvirkningskraft på markedet, så ser oljeprisen ut til å fluktuere vilkårlig. En annen grunn til at stokastiske prosesser har fått aksept blant akademikere er at de egner seg svært godt til modellsimulering. Kompleksiteten ved scenariomodeller og økonomiske modeller gjør rett og slett at det til mange formål er uhensiktsmessig å bruke dem. Til gjengjeld gir disse modellene et teoretisk fundament som beskriver markedsmekanismene, noe som ikke stokastiske prosesser gjør.

### 2.3.4 Geometrisk Brownsk bevegelse

En mye brukt antakelse innenfor opsjonslitteraturen er at den stokastiske prosessen er en Geometrisk Brownsk bevegelse, hvor prisene følger en såkalt "random walk" (Trigeorgis (1996)). Denne bevegelsen har tre viktige egenskaper:

- Den er en Markov prosess
- Tilleggene over et endelig tidsintervall er normalfordelt
- Tilleggene er uavhengige

Markov-egenskapen innebærer at bare nåverdien av en variabel er relevant for predikasjon av fremtiden. Det betyr for eksempel at en prisstigning i morgen bare er avhengig av prisen i dag, og ikke av tidligere utfall. Oljeprisen kan modelleres som en slik geometrisk Brownsk bevegelse (2).

$$\frac{dP}{P} = \alpha dt + \sigma \varepsilon \sqrt{dt} \quad (2)$$

$dP$  i ligning (2) er økningen i oljeprisen i et lite tidsintervall  $dt$ .  $\varepsilon$  er et tilfeldig tall fra en standardisert normalfordeling.  $\alpha$  angir trenden til prosessen, og  $\sigma$  er volatiliteten til oljeprisen. Venstre side av ligning (2) angir avkastningen i perioden  $dt$ . Leddet  $\alpha dt$  angir forventningsverdien til denne avkastningen (trenden), og  $\sigma \varepsilon \sqrt{dt}$  angir en stokastisk usikkerhetsdel (avvik fra trend).

Oljeprisen følger da en geometrisk Brownsk bevegelse som beveger seg bort fra initial forventet verdi om driftsraten ikke er null. Siden prisavkastningen ( $\frac{dP}{P}$ ) på ethvert tidspunkt er normalfordelt, så innebærer det at den absolutte forandringen i oljeprisen,  $dP$ , vil være lognormalfordelt, og kan modelleres som en Geometrisk Brownsk Bevegelse (GBM).

Et finurlig poeng i stokastiske prosesser er at mens verdien av oljeprisen følger en geometrisk Brownsk bevegelse, så følger avkastningen til oljeprisen en aritmetisk Brownsk bevegelse. For eksempel kan oljeprisen aldri bli negativ, og dens bevegelse med tiden kan modelleres som en geometrisk Brownsk bevegelse (essensielt lognormal). Avkastningen kan derimot ha negative verdier og kan modelleres som en aritmetisk Brownsk prosess. Vi skal senere se at det siste poenget kan brukes når en ønsker å kombinere to usikkerhetskilder.

Itô's lemma gjør det mulig å modellere forandringene i verdien på et aktivum kontingent på et annet aktivum over en kort periode av tid. Ved å bruke Itô's lemma på  $\ln P$  så finner en at

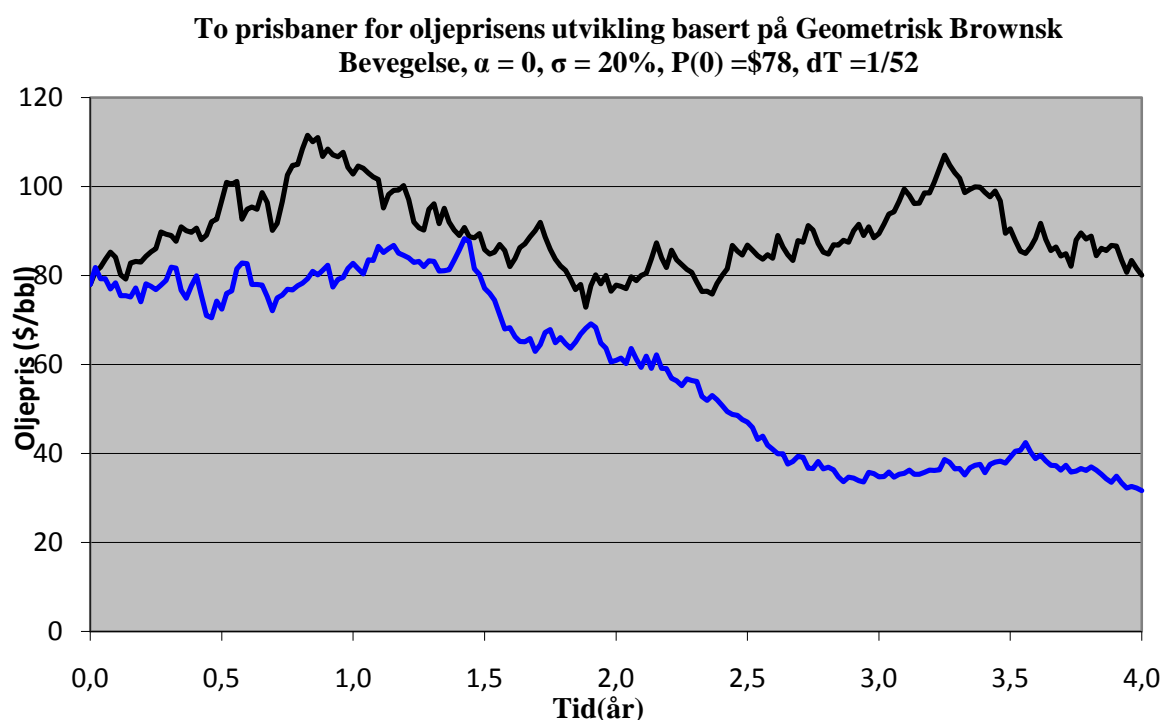
$\ln [P(t)/P(0)]$  er en aritmetisk brownsk bevegelse med driftkoeffisient  $\alpha - \sigma^2/2$  og varians  $\sigma^2$ . Det gir:

$$d \ln[P(t)/P(0)] = \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dZ \quad (3)$$

Uttrykket over reflekterer avkastningen til oljeprisen, hvor avkastningen er normalfordelt med et snitt på  $\alpha - \sigma^2/2$  og med standardavvik  $\sigma\sqrt{t}$ . Videre kan en skrive ligning (3) på distribusjonsform (4).

$$P_T^i = P * e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma * \sqrt{T} * Z_i} \quad (4)$$

Hvor  $Z_i$  er  $Z_i \sim (N(0,1))$  fordelt. Bruk av ligning (4) er illustrert for to prisbaner i figur 2.7.



**Figur 2.7** Geometrisk Brownsk prosess (Egne beregninger)

### 2.3.5 Mean reversion

Det eksisterer flere studier som undersøker om oljeprisen bedre kan modelleres som en tilbakevendende (mean reverting) prosess (Se eksempelvis Dixit og Pindyck (1994)). Tanken er at oljeprisen kan knyttes til fundamentale tilbud- og etterspørselsforhold, hvor situasjoner med lave priser vil gjøre at produsentene reduserer produksjonen slik at prisen etter hvert

gjenhenter seg. Tilsvarende vil en høy oljepris medføre at produsentene øker produksjonen, slik at en får et overskuddstilbud, og prisen vil gradvis synke nedover igjen.

Den vanligste modellen for å modellere mean reversion er Ornstein-Uhlenbeck prosessen, illustrert i ligning (5).

$$dp(t) = -n [P - \bar{P}]dt + \sigma dz \quad (5)$$

$P$  er oljeprisen,  $\bar{P}$  er likevektsnivået som prisen reverserer tilbake mot,  $n$  er hastigheten på reverseringen,  $\sigma$  er en variansparameter og  $dz$  er et inkrement av en Wiener prosess. Til forskjell fra standard Brownsk bevegelse er ikke inkrementene lenger uavhengige. Det betyr at desto mer prosessen avviker fra gjennomsnittet, desto sterkere vil tendensen være for en bevegelse tilbake mot gjennomsnittet.

Det eksisterer imidlertid bare blandet empirisk støtte for at oljeprisen følger en slik mean reverting prosess. Laughton og Jacoby (1993) viser at manglende hensyn til mean reversion i oljepriser gjør at en systematisk overvurderer risiko i beslutningssituasjoner. Dixit et al. (1994) oppsummerer tidligere forskning på mean reversion i råoljepriser, og påpeker at svak mean reversion kan sees over en 30-års periode, men at sammenhengen er fraværende når en betrakter en 100-års periode.

### **2.3.6 Convenience yield**

Convenience yield kan defineres som ”forskjellen mellom fordelen ved å eie den fysiske råvaren og lagringskostnaden” (se eksempelvis Hall (2007)). Avhengig av råvaren, tidsperioden og lagernivåer, så kan convenience yield være positiv eller negativ. Nåværende implisitt convenience yield kan estimeres gjennom å invertere forholdet mellom 3 måneders futures kontrakt på råolje og nåværende spotpris. Convenience yield for råolje har vist å være svært volatil de siste 20 årene, og det er vanskelig å gi gode estimater på den. Det er likevel en høy korrelasjon mellom spotpriser og convenience yield, noe som kan forklares fra teorier om lagring. For eksempel hvis tilbudet av olje er begrenset i en periode, så vil spotprisen være høy og fordelen med å ha et oljelager (net convenience yield) vil være tilsvarende.

### 3. Realopsjonsteori i oljebransjen

#### 3.1 Oversikt

##### 3.1.1 NPV-metoden

Den vanligste metoden for å evaluere prosjekter gjennom de siste tiårene er diskonterte kontantstrømmer, hvor verdien av et prosjekt estimeres som nåverdien av forventede fremtidige kontantstrømmer (NPV). Sentralt i denne metoden er estimering av et avkastningskrav som reflekterer underliggende risiko til prosjektet. Svakheten ved en slik fremgangsmåte er at det kan være vanskelig å fange endringer i risikobildet. Forsvarere av NPV-metoden hevder imidlertid at dette lar seg gjøre (Copeland (2001)). Det krever selvsagt at diskonteringssatsen forandres underveis i prosjektet for å reflektere den varierende risikoen av fremtidige kontantstrømmer. Selv om dette er mulig i teorien, er det ikke alltid oppnåelig i praksis.

Flere forfattere, blant annet Trigeorgis (1996) og Brennan og Schwartz (1985) har også rettet en mer alvorlig kritikk mot NPV-metoden; nemlig at den ikke tar høyde for ledelsens fleksibilitet til å endre tidligere beslutninger underveis i prosjektet. Det gjør at NPV-metoden systematisk vil undervurdere verdien av investeringsbeslutninger.

##### 3.1.2 Fra NPV-metoden til realopsjoner

Tilhengere av realopsjoner argumenterer med at verdien av et selskap kan ses som:

$$V_{\text{selskap}} = NPV + \text{verdi av realopsjoner} \quad (6)$$

Fleksibilitet i beslutningssituasjoner innebærer at ledelsen kan respondere på scenarioer som inntreffer underveis i prosjektet. Det gjør at ledelsen i realiteten har mange opsjoner. Prosjektet kan avvises i tidlig fase, det kan utvides hvis markedet utvikler seg bra, og det kan utsettes eller skales ned om markedet utvikler seg dårlig. I tillegg kan realopsjonsteori brukes til å evaluere verdien av tilleggsinvesteringer i teknologi og FOU. Hvis opsjonene utøves riktig, så gir de fleksibilitet som øker verdien av prosjektet. I vurderingen av et lite marginalt oljeprosjekt, kan verdien av disse opsjonene være det som gjør utslaget for om en bør akseptere prosjektet eller ikke. Det forholder seg også slik at selv om verdien av fleksibilitet alltid er positiv, så vil prisen du må betale for den noen ganger overgå dens

verdi. Et sentralt spørsmål er derfor å avgjøre i hvilke tilfeller NPV og ROA gir ulike svar i vurderingen av et investeringsprosjekt.

Realopsjoner har sin høyeste verdi når tre faktorer inntreffer: Når det er høy usikkerhet, når ledelsen har fleksibilitet til å respondere til den, og når NPV er nær null. Det siste poenget er påpekt av Copeland og Antikarov (2003), og kan kreve en utdypning. Hvis NPV er høy, så vil de fleste opsjoner som gir mer fleksibilitet ha liten sjanse for å bli utøvd, og derfor ha relativt lav verdi. Hvis NPV er svært negativ, så vil heller ingen opsjoner kunne redde prosjektene. For eksempel vil sjansen for at en avslutter et prosjekt være liten for et svært positivt prosjekt, og tilsvarende vil verdien av å utsette prosjektstart være verdiløs for et prosjekt som aldri vil bli lønnsomt. Det er derfor i de tøffe beslutningssituasjonene – hvor NPV er nær null – at tilleggsverdien av fleksibilitet utgjør en spesielt stor forskjell. I vurderingen av små marginalt lønnsomme oljefelt kan derfor verdien av fleksibilitet være stor.

### 3.1.3 Definisjon av realopsjon

*En realopsjon er en rett, men ikke en plikt, til å gjøre en handling (avvise, utvide, redusere, stoppe) til en forhåndsbestemt kostnad kalt utøvelsespris, innenfor en forhåndsbestemt periode av tid – levetiden til opsjonen. (Copeland og Antikarov (2003))*

Realopsjoner skiller seg fra finansielle opsjoner ved at de anvendes på reelle eiendeler. Opsjoner som bare kan utøves på deres utløpsdato kalles europeiske opsjoner. De opsjonene som kan utøves på ethvert tidspunkt gjennom deres levetid kalles amerikanske opsjoner. Ved oljeinvesteringer er de fleste realopsjoner av den amerikanske typen. På samme måte som finansielle opsjoner, så kan en også dele realopsjoner inn i kjøps- og salgsopsjoner.

En kjøpsopsjon er rettigheten til å kjøpe underliggende aktivum ved å betale utøvelsespris. Ved utøvelsetidspunktet er fortjenesten fra opsjonen differansen mellom verdien av underliggende aktivum og utøvelsesprisen. En salgsopsjon er det motsatte – rettigheten til å selge underliggende aktivum for å motta utøvelsesprisen.

Matematisk kan dette uttrykkes som

$$\text{Call opsjon: } \text{MAX} [S - X, 0] \tag{7}$$

$$\text{Put opsjon: } \text{MAX} [X - S, 0] \tag{8}$$



På samme som finansielle opsjoner, så avhenger verdien av realopsjoner av fem variabler, og en ekstra nummer seks i tillegg. Disse er:

- 1) **Verdien av det underliggende aktivumet:** I kontekst av oljebransjen så kan dette være et oljeprosjekt. Hvis verdien av oljeprosjektet går opp, så går også verdien av en kjøpsopsjon på oljeprosjektet opp. En viktig forskjell på finansiell opsjon og realopsjon er at eieren av finansiell opsjon ikke kan påvirke verdien av underliggende. Men ledelsen som opererer en real eiendel kan øke verdien på den, og derved også øke verdien på realopsjonen.
- 2) **Utøvelsesprisen:** Dette er prisen en må betale for å utøve opsjonen hvis det er kjøpsopsjon, eller beløpet en får betalt om en selger eiendelen hvis det er salgsoptionsjon. Ettersom utøvelsesprisen for en opsjon øker, så synker verdien av en kjøpsopsjon mens verdien av en salgsoptionsjon øker.
- 3) **Levetiden til opsjonen:** Når tiden til utløpsdato for opsjonen reduseres, så synker også verdien til opsjonen.
- 4) **Standardavviket til verdien av underliggende risikable aktivum:** Verdien av en opsjon øker med risikoen til det underliggende aktivumet. Årsaken er at det er avviket mellom underliggende aktivum og utøvelsesprisen som driver opsjonsverdiene, og sannsynligheten for avvik øker med volatiliteten til underliggende.
- 5) **Den risikofrie renten over levetiden til opsjonen:** Årsaken er at risikofri rente er et mål på vekstraten til prosjektet når en bruker risikonøytrale sannsynligheter.
- 6) **Dividende:** Kontantstrømmer som betales vil også påvirke opsjonens verdi.

### 3.1.4 Studier på realopsjoner

Grunnlaget for opsjonsprising har sitt utspring i det banebrytende arbeidet av Black og Scholes (1973) for å prise finansielle opsjoner. Anvendelsen av disse ideene til realinvesteringer kan dateres tilbake til prosjekter av Myers (1977). Etter at Brennan og Schwartz (1985) anvendte opsjonsprisings teknikk til å evaluere en gruve-mine, så fulgte flere artikler med lignende anvendelser i rask rekkefølge.

Anvendelser av realopsjoner i oljeindustrien fulgte også raskt. Paddock et al. (1988) evaluerte 21 valgte offshore petroleumslisenser i Mexico Gulfen, hvor usikkerhetskilden var oljeprisen som fulgte en geometrisk Brownsk bevegelse. Resultatene viste at historiske

verdivurderinger gjort av myndigheter, har en tendens til å undervurdere industribudene med 10-50 %. Resultatene viste også at felt med lave investeringskostnader utvikles tidligere enn andre felt. Bjerksund og Ekern (1990) fulgte opp med først å evaluere et prosjekt med startfleksibilitet, for deretter også å addere avslutning- og start\stopp fleksibilitet til prosjektet. De konkluderte med at effekten av å addere en ekstra fleksibilitetstype til modellen er neglisjerbar, og at hovedforskjellen i prosjektverdi kommer fra å gå fra en tradisjonell NPV analyse til en modell med startfleksibilitet. Dixit og Pindyck (1994) konkluderer også med at opsjonen til å utsette prosjektstart er den mest verdifulle i oljebransjen. Årsaken er de store investeringsutgiftene, som ikke lett kan fås tilbake idet investeringsbeslutningen tas.

Laine (1997) viser videre at utsettelses- og avslutningsopsjoner er mest verdifull når oljefeltet er marginalt, mens opsjonen til å ekspandere er mest verdifull hvis feltet er mer lønnsomt enn forventet. Laughton (1998) diskuterer problemer i petroleumsindustrien med å bruke NPV-metoden som et vurderingsverktøy. Han foretar videre en verdivurdering av en avslutningsopsjon for et oljeprosjekt, hvor både pris og reservoarvolum er usikkerhetskilder. Han estimerer opsjonspremien til å være over 40 % for akseptable inputparametre. Fra 1990 og utover bidrar Schwartz i flere artikler som belyser en annen tilnærming til problemstillingen (se eksempelvis Schwartz (1997b) og Schwartz (1998)). Påstanden er at modeller som antar mean reversion eller random walk i råoljepriser ikke er optimale. I stedet vil modeller som tar hensyn til at bevegelse i oljepris skyldes flere kilder; blant annet spotpris, mean reversion i convenience yield, og renter, gjøre det bedre i å prise futures-kontrakter på olje. Cortazar og Schwartz (1998) implementerer en slik modell til å evaluere et oljefelt ved bruk av Monte Carlo simulering.

## 3.2 Fleksibilitet

### 3.2.1 Typer av fleksibilitet ved et oljeprosjekt

Denne utredningen vektlegger driftsfleksibilitet som eksisterer underveis i et oljeprosjekt. Begrepet ”drift” bør tolkes bredt, og angis for å spesifisere at finansiell fleksibilitet, som innebærer valg av kapitalstruktur, ses bort fra i oppgaven. Dette er også en naturlig avgrensing når en betrakter utvikling av et lite oljefelt på prosjektnivå. Generelt, og spesielt for små oljefelt, så gjøres nemlig finansieringen av et prosjekt på selskapsnivå.

Det kan være hensiktsmessig å forstå realopsjoner som en vekst- og en kontraksjonsmulighet. Hvis markedet er i sterk vekst, kan ledelsen respondere med å bruke opsjoner til å ekspandere, og utøve motsatte opsjoner om markedet skulle utvikle seg dårlig. Ekstremtilfellet av en kontraksjonsopsjon er avvisning av prosjektet. Denne måten å betrakte realopsjoner på er også analogt med Brennan og Schwartz (1985), som fremhever fordelene av en dynamisk investeringspolitikk basert på høy- og lav-vekst signaler i markedet. I et oljeprojekt er det oljeprisen som er det sterkeste markedssignalet.

### 3.2.2 Startfleksibilitet

Mulighet til å utsette prosjektstart gjør at ledelsen kan dra fordel av å observere utviklingen i oljepris. Ledelsen vil investere  $I_1$  i prosjektet (dvs utøve opsjon til å utvinne olje) bare hvis oljeprisen stiger tilstrekkelig, men vil ikke iverksette prosjektet (dvs spare investeringsutlegget) om prisen synker. Opsjonen til å utsette prosjektet er analogt med en amerikansk kjøpsopsjon skrevet på verdien av selskapets forventede kontantstrømmer fra drift,  $V$ , med en utøvelsespris tilsvarende investeringsutlegget,  $I_1$ .

Det er verdt å merke seg to viktige egenskaper ved startfleksibilitet. For det første så er verdien av prosjektet med en venteopsjon alltid høyere eller lik verdien av prosjektet uten venteopsjon<sup>4</sup>. Dette er en generell egenskap ved fleksibilitet, og er ikke begrenset til startfleksibilitet. Den andre egenskapen er at verdien øker med økende volatilitet. Siden en har mulighet til å velge om en vil starte eller ikke, er opsjonen den samme som å ha en forsikring mot negative utfall. Beslutningstakeren kan likevel dra fordel av fremtidige oljeprisstigninger. En høyere varians på fremtidig oljepris øker oppsidepotensialet, men har altså ikke samme effekt på nedsiden. Verdien av startfleksibilitet er dermed høy om variansparameteren er høy. Bjerksum og Ekern (1990) finner i en analyse av investerings og produksjonsprofiler i oljebransjen, at opsjonen til å vente representerer en signifikant del av verdien på offshore petroleumslisenser.

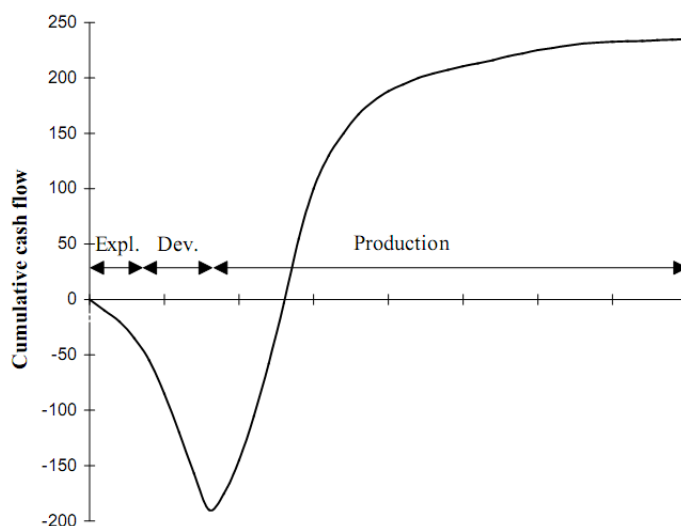
---

<sup>4</sup> Her er det ikke tatt hensyn til kostnaden ved å oppnå fleksibiliteten. Det presiseres at "verdien av fleksibilitet" alltid er positiv, mens "verdien av fleksibilitet fratrukket kostnad" ikke nødvendigvis er positiv.

### 3.2.3 Fleksibilitet til å avslutte et prosjekt

Det kan oppstå negative hendelser underveis i oljeprosjektet som gjør at det ikke er sikkert at det lønner seg å fortsette drift. For eksempel kan oljeprisen utvikle seg i negativ retning, eller så kan reservoarvolumet i oljefeltet vise seg å være lavere enn antatt. Verdien av å stoppe prosjektet kan da være stor, spesielt for oljeprosjekter med lang forventet levetid. Å avvise prosjektet er analogt med en salgsopsjon skrevet på prosjektets nåværende verdi ( $V$ ), med en utøvelsespris som tilsvarer ”skrapverdien eller beste alternativverdi ( $A$ )” (dvs verdien av utstyr og andre eiendeler i annenhåndsmarkedet). Ledelsen maksimerer altså hva som er høyest av skrapverdien eller verdien av å fortsette drift. Trigeorgis (1996) påpeker at opsjonen med å avvise prosjektet ikke bør utøves uten grundig analyse av hva som er den fulle kostnad ved å gjøre denne handlingen. Det bør for eksempel også tas hensyn til mulig tap av verdifull kompetanse og andre organisatoriske ressurser som kan brukes i resten av selskapet.

Etter hvert som prosjektet utvikler seg i tid, reduseres også verdien av å avslutte prosjektet. Dette er analogt med finansielle opsjoner, hvor verdien av opsjonen reduseres når utløpsdatoen til opsjonen nærmer seg. På grunn av kontantstrømprofilen til et oljefelt (figur 3.1), så er denne reduksjonen i verdien av å avvise prosjektet mer markert for et oljeprosjekt enn de fleste andre prosjekter.



**Figur 3.1** Generelt eksempel over en kumulativ kontantstrømprofil til et oljeprosjekt i dets ulike faser. (Expl.: Utforskning, Dev.: (Infrastruktur, konstruksjon av plattformer, prøveboring.)) Kilde: Lund (1997).

Store investeringer i tidlige faser gjør at positive kontantstrømmer kommer sent. Som en konsekvens så øker verdien av drift når investeringene er fullført. Denne økningen i driftsverdi gjør det mindre sannsynlig at opsjonen med å avvise prosjektet blir gjennomført når feltet produserer for fullt. Fra dette resonnementet kan en se at det er spesielt i de tidlige faser av prosjektet at muligheten til å avvise prosjektet har størst verdi. På slutten av prosjektets levetid vil produksjonen fra feltet avta, og verdien av å avslutte prosjektet kan etter hvert bli høyere enn å fortsette drift.

### 3.2.4 Fleksibilitet til å starte\stoppe

I tillegg til valget mellom når en skal initiere og avslutte prosjektet, så eksisterer også muligheten til å starte og stoppe produksjonen midlertidig underveis i prosjektets levetid. For et oljeprosjekt i Nordsjøen vil imidlertid aldri slike opsjoner utøves, siden det eksisterer så rask og omfattende forringelse av rør og produksjonsutstyr (Smit (1997)). For andre typer oljeprosjekter, for eksempel utvinning av oljesand, så kan imidlertid start/stopp fleksibilitet være svært verdifullt.

### 3.2.5 Fleksibilitet til å endre kapasitet

Denne opsjonstypen fokuserer på ledelsen sine muligheter til å justere produksjonskapasiteten etter hvert som usikkerhet avsløres med tiden. Anta for eksempel at markedsforholdene utvikler seg i gunstig retning, ved at oljeprisen stiger eller at reservoarvolumet er større enn forventet. Da kan en naturlig respons for ledelsen være å øke utvinningstakten fra feltet. Denne ekspansjonsmuligheten tilsvarer en amerikansk kjøpsopsjon, hvor en kan kjøpe en ekstra del ( $x$  %) av basisprosjektet ved å betale et utøvelsesprisen ( $I_E$ ). Investeringsmuligheten sammen med opsjonen til å utvide, kan betraktes som basisprosjektet pluss en kjøpsopsjon på fremtidige investeringer;  $V + \max(xV - I_E, 0)$ . Opsjonen, som bare blir utøvd hvis fremtidige markedsscenarioer utvikler seg i gunstig retning, kan gjøre at et ulønnsomt prosjekt (basert på statisk NPV) likevel er verdt å investere i.

En har også tilsvarende mulighet til å redusere kapasiteten om markedet utvikler seg dårligere enn forventet. Ledelsen kan da redusere produksjonen (med  $c$  %), og dermed spare en del av de planlagte utgiftene ( $I_C$ ). Denne fleksibiliteten til å skalere ned produksjonen er analogt med en amerikansk salgsoption på en del ( $c$  %) av basisprosjektet, med utøvelsespris lik kostnadsbesparelsene ( $I_C$ ). Opsjonen til å skalere ned produksjonen kan gjøre det

fordelaktig å velge plattformer med lavere initial konstruksjonskostnad og høyere vedlikeholdskostnad, fordi en da bedre fanger verdien av å redusere produksjonen (vedlikeholdskostnadene) hvis markedsforholdene utvikler seg i ugunstig retning<sup>5</sup>.

Et sentralt poeng er at ledelsen må være seg bevisst denne typen fleksibilitet allerede før prosjektstart for å kunne benytte seg av den på en gunstig måte. Det innebærer at selskapet tilrettelegger for installasjon av nytt utstyr i etterkant av hovedutbyggingen. En bør også sikre at installasjonsløsningene har ekstra oljelagrings- og transportkapasitet. Slik ekstra kapasitet har historisk vist seg å være svært verdifull, ettersom ny teknologi og oppjustering av reservoarvolumet ofte har medført at optimal produksjon har vært høyere enn initialt planlagt produksjon (se eksempelvis figur 2.4). Et eksempel er at nye marginale felt har blitt koblet opp til eksisterende produksjonsutstyr til en relativ rimelig ekstrakostnad, noe som har økt kapasitetsbehovet. Statoil har de siste årene fulgt en strategi hvor de geografisk søker å samle selskapets felter, fordi de da kan knytte nye funn til selskapets eksisterende infrastruktur (Oljedirektoratet (2009)). Dette illustrerer verdien som finnes i å favorisere fleksible produksjonsløsninger.

### **3.2.6 Sammensatte opsjoner og interaksjoner**

For å få en realistisk modellering av fleksibilitet, må en ta hensyn til at et oljeprosjekt består av flere sammensatte opsjoner. I 2.1.2 illustreres det hvordan det er vanlig å inndele et oljeprosjekt i flere faser. På slutten av hver fase har ledelsen mulighet til å stoppe eller avvise prosjektet. Det betyr at hver fase kan betraktes som en opsjon som er avhengig av tidligere utøvelse av andre opsjoner. Hvis for eksempel reservoarvolumet eller oljeprisen viser seg å være svært lav etter utforskningsfasen, så kan det være lønnsomt å avvise prosjektet allerede etter denne fasen. Det innebærer at de senere fasene av prosjektet aldri vil oppstå. Mer generelt betyr dette at utøvelse av en tidlig opsjon kan påvirke verdien av underliggende, og dermed endre verdien på andre opsjoner som også er skrevet på prosjektet. For eksempel vil utøvelse av opsjonen til å ekspandere øke størrelsen på prosjektet, noe som påvirker verdien av andre opsjoner på prosjektet. Videre vil også sannsynligheten for å utøve en senere opsjon påvirkes av utøvelse av tidligere opsjoner.

---

<sup>5</sup> Dette poenget er påpekt av Trigeorgis (1996), hvor opsjonsverdien av å skalere ned produksjon er avhengig av forholdet mellom initial konstruksjonskostnad og vedlikeholdskostnad.

Tidligere artikler om anvendelser av realopsjonsteori har ofte hatt lite praktisk verdi, fordi de ikke behandler denne problemstillingen, men typisk studerer enkeltopsjoner isolert. Virkelige prosjekter kan derimot inkludere mange realopsjoner, hvor verdiene av disse ofte interagerer. Et element som kompliserer denne interaksjonen mellom opsjoner, påpekt av både Lund (1997) og Trigeorgis (1996), er manglende adderingsmulighet mellom dem. Anta for eksempel et oljeprosjekt hvor ledelsen har en opsjon til å stenge prosjektet på ethvert tidspunkt, noe som vil redusere nedsiderisikoen. Anta så at prosjektet får enda en fleksibilitetsmulighet, for eksempel fleksibilitet til å endre kapasitet, noe som gir ledelsen enda større muligheter til å respondere på uventede situasjoner i fremtiden. Introduksjonen av den første fleksibilitetstypen har imidlertid allerede redusert nedsiderisikoen. Hvis de to fleksibilitetstypene påvirker noen av de samme scenarioene, så er det derfor sannsynlig at forsikringen gitt fra den andre fleksibilitetstypen er partielt dekket av den første fleksibiliteten. Addering av ekstra fleksibilitet til et prosjekt har derfor i de fleste tilfeller mindre verdi enn om det adderes til et prosjekt som ikke har fleksibilitet fra før.

Mange faktorer påvirker disse interaksjonene, blant annet opsjonstype, tidsseparasjon og utøvelsessannsynlighet. Det finnes likevel visse retningslinjer for å bestemme graden av overlapping mellom opsjonene (Trigeorgis (1996)). Hvis to opsjoner er av motsatte typer, og utøvelsestidspunktet er innenfor samme tidsrom, vil sannsynligheten for interaksjon være liten. Det er for eksempel liten sjanse for at en vil ekspandere (kjøpsopsjon) og avslutte prosjektet (salgsopsjon) samtidig. Dermed vil en i dette tilfellet kunne addere opsjonsverdiene. Hvis tidsrommet for utøvelse er separert, vil imidlertid graden av interaksjon øke etter hvert som tidsforskjellen blir stor. For to opsjonstyper som er av samme type, så vil sjansen for overlapping være størst, noe som hindrer addering av opsjonsverdiene. I de verste fall vil tilleggsværdien av den andre opsjonen være null.

### 3.3 Numeriske metoder for realopsjoner

Trigeorgis (1996) påpeker at det generelt finnes to typer numeriske teknikker for å verdivurdere opsjoner: 1) De som approksimerer den underliggende stokastiske prosessen direkte, og 2) de som er løsninger av partielle differensialligninger. Den første kategorien er generelt mer intuitiv, og inkluderer Monte Carlo simulering og varierende teknikker for å utvikle trær (lattice approach). Monte Carlo simulering er relativt enkel og fleksibel, og er spesielt nyttig ved europeiske opsjoner hvor det er flere underliggende tilstandsvariabler.

Metoden er imidlertid ikke like nyttig ved evaluering av amerikanske opsjoner som innebærer tidlig utøvelse, eller i å bestemme optimale handlingsvalg. Årsaken er at ved amerikanske opsjoner kan det være optimalt å utøve opsjoner underveis i prosjektet, noe som kan føre prosjektet ut i en helt ny retning. Her vil utvikling av trær være en mer adekvat tilnærming. Utvikling av trær etterligner dynamikken til underliggende prosesser og er generelt enklere, mer intuitiv og mer praktisk utformet til å håndtere forskjellige stokastiske prosesser, tidlig utøvelse, opsjonsutbetaling, etc. Hovedbegrensningen av utvikling gjennom trær er at den ikke er velegnet til å håndtere multiple usikkerhetskilder. Det skyldes at antall mulige utfall raskt skaleres opp til et uhåndterbart nivå. Ved bruk av mer avansert stokastisk dynamisk programmering kan dette problemet omgås, men samtidig øker kompleksiteten til modellen, og en mister det grafiske grensesnittet.

Den andre kategorien, løsning av partielle differensialligninger, er mer effisient når et helt sett av opsjonsverdier skal kalkuleres ved starten av prosjektet (tid = 0). Her kan også flere tilstandsvariabler håndteres i en multidimensjonal matrise. Ved sammenligning med utvikling av trær er metoden mer mekanisk og gir mindre intuisjon, selv om den kan representere et mer kraftig rammeverk. For en grundig gjennomgang av numeriske teknikker, se Hull (2008).

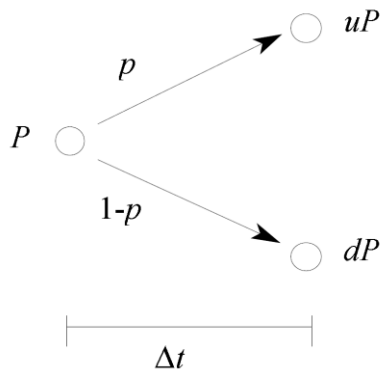
## 3.4 Diskret binomisk prismodell

Metoden som senere brukes i denne oppgaven ble først presentert av Cox, Ross og Rubinstein (1979), og har siden vært standardstoff i lærebøker om derivater og realopsjoner. Nedenfor følger en kort presentasjon av sentrale elementer ved metoden.

### 3.4.1 Underliggende formler for trebyggingsprosessen

Den fundamentale antakelsen for denne tilnærmingen er at over en kort periode av tid ( $\Delta t$ ), så kan oljeprisen ( $P$ ) gå opp ( $u$ ) eller ned ( $d$ ) med en bestemt prosentverdi (figur 4.1). Sannsynligheten for en bevegelse opp og ned er henholdsvis  $p$  og  $1-p$ .





**Figur 4.1** Binomisk prisprosess

For å approksimere Geometrisk Brownsk Bevegelse så er det vanlig å anta at opp- og ned-bevegelsene er symmetriske og proporsjonale med standardavviket:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u \quad (9)$$

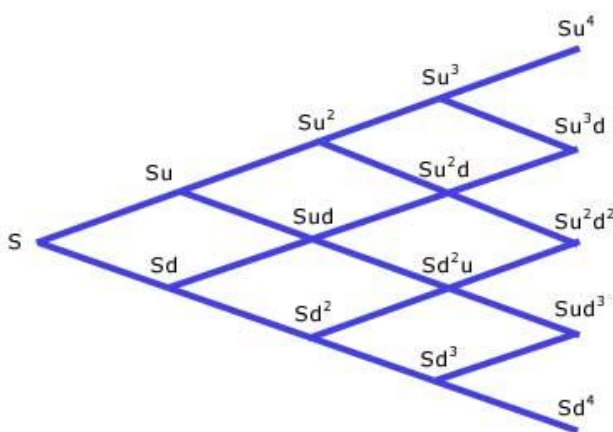
For å tilfredsstille kravet om at det ikke eksisterer arbitrasjemulighet i futuresmarkedet, må forventet verdi  $E(S)$  på slutten av  $\Delta t$  tilfredsstille følgende ligning:

$$S_0 e^{(r-\delta)\Delta t} = puS_0 + (1-p)dS_0 \quad (10)$$

Hvor  $r$  er vekstraten (risikofri rente), og  $\delta$  er convenience yield (eierfordel) i prosent av underliggende. Ved å løse ligning (10), finner en at sannsynligheten for en opp bevegelse er:

$$p = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d} \quad (11)$$

Etter hvert som tidsintervallet,  $\Delta t$ , nærmer seg null, så vil approksimeringen tilnærme seg geometrisk Brownsk prosess (ligning 2). I tillegg vil størrelsen på den binomiske modellen være relativt kompakt da strukturen over er gjenbindende (figur 4.2).



**Figur 4.2** Binomisk prisprosess for flere perioder

### 3.4.2 Risikonøytral evaluering

Selve verdivurderingen av realopsjoner i praksis har blitt bedret gjennom Cox og Ross's sin anerkjennelse av at en opsjon kan replikeres av en ekvivalent portefølje av handlede verdipapirer (det vil si: en portefølje som gir samme utbetaling som opsjonen både hvis aksjen går opp eller ned). En effekt av replikering og konstruksjon av en slik risikofri sikring (arbitrasjefrihet) er at risikopreferansene til investorene ikke har betydning. Det betyr at korrekte opsjonsvurderinger kan oppnås ved å diskontere sikkerhetsekvivalente kontantstrømmer til risikofri rente, i stedet for å diskontere faktiske forventede kontantstrømmer til risikojustert kapitalkostnad. En årsak til at den risikonøytrale metoden er nyttig for binomisk opsjonsprising er at de risikonøytrale sannsynlighetene kan antas å være konstant gjennom levetiden til prosjektet, under forutsetning av at den risikofrie renten holdes konstant.

---

## 4. Presentasjon av modellen

### 4.1 Modellvalg

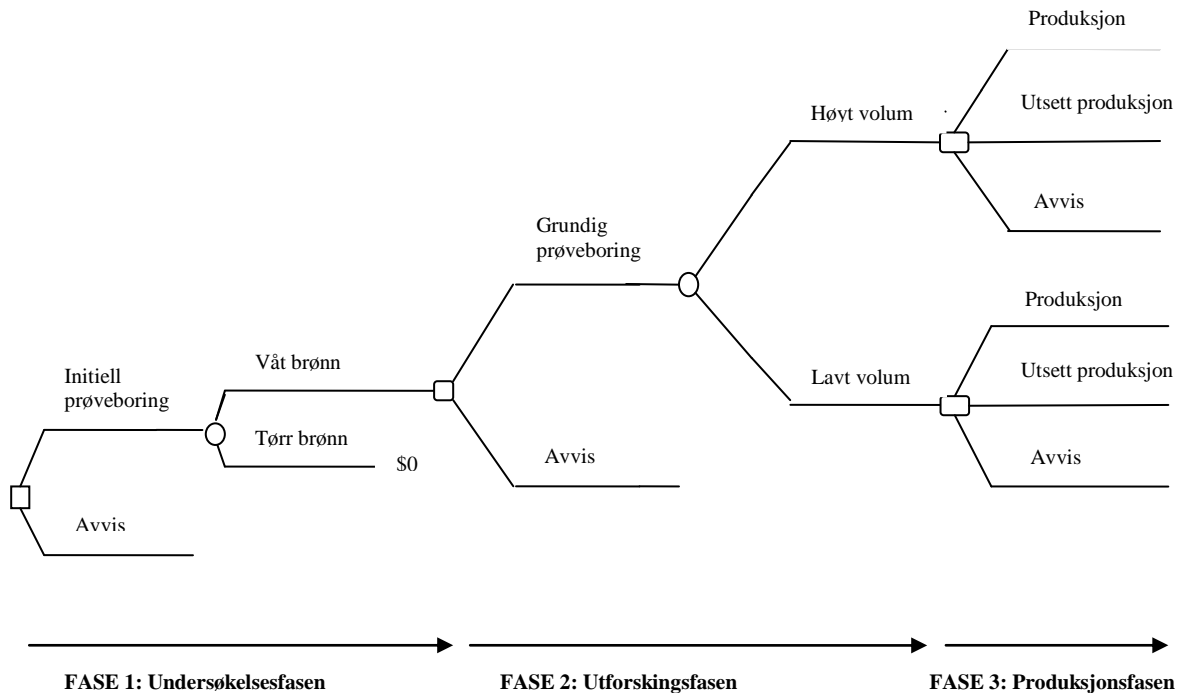
Flere metode-tilnærminger har blitt vurdert i denne utredningen. Valget har falt på modellbygging gjennom binomiske trær (lattice approach). Dette er et metodevalg som er i tråd med problemformuleringen; hvor det søkes en modell som er brukervennlig for praktikere og gir god forståelse av intuisjonen bak realopsjonsteori.

Ved implementering av realopsjonsteori står en essensielt ovenfor et avveiiingsproblem mellom kompleksitet og økonomisk intuisjon. Parametre som er vanskelig å estimere, for eksempel volatilitet i oljeprisen, har stor innvirkning på resultatene. Å inkludere mange slike sensitive variabler gjør ikke nødvendigvis modellen bedre, eller gir mer korrekte svar. For eksempel velger jeg å se bort fra valutarisiko, skattefradragseffekter, finansielle forhold og andre lignende effekter i modellen. I tillegg betraktes prosjektet utelukkende på prosjektnivå, noe som betyr at samvariasjon med andre aktiviteter ses bort fra. Argumentet for slike forenklinger er at modellen blir lettere å håndtere og gir mer økonomisk innsikt, siden effektene fra realopsjonene rendyrkes. Det er heller ikke sikkert at høy kompleksitet og en mer teknisk modell gir mer nøyaktige svar når inputparametrene i modellen likevel er så usikre.

De samme argumentene gjelder også ved representasjonen av fasene til oljeprosjektet i modellen. For vårt formål er det hensiktsmessig med en inndeling som ikke er for detaljert. Utgangspunktet for modellen tas derfor i faseinndelingen presentert i 2.1.2, hvor oljeprosjektet er aggregert til tre faser; henholdsvis undersøkelsesfasen, utforskningsfasen og produksjonsfasen. Valgene som er tilgjengelig for ledelsen i de respektive fasene utdypes i neste avsnitt.

## 4.2 Fasene

Rammeverket for fasene og de sekvensielle beslutningsvalgene i modellen er gjengitt i figur 4.3.<sup>6</sup>



**Figur 4.3** Ledelsen har sekvensielle handlingsvalg eller opsjoner (□): Opsjonen til å starte prøveboring, til å investere i grundig prøveboring, til å investere i utvikling av feltet, og til å utsette og avvise. Samtidig utfoldes også pris og kvantum usikkerhet med tiden(○).

To viktige vurderinger må gjøres i hver fase. Det ene spørsmålet er hvilke usikkerhetskilder som preger de ulike fasene. Det andre spørsmålet er hvilke opsjoner som er tilgjengelig for ledelsen i de respektive fasene. Undersøkelsesfasen inkluderer alt som skjer frem til det er bekreftet om et potensielt oljefelt inneholder olje/gass eller ikke. Fasen inkluderer altså tiden hvor reservoaret utforskes med sonarer og en enkel prøveboring. I denne fasen er det spesielt to usikkerhetskilder som preger prosjektet; usikkerhet om innholdet i reservoaret og oljeprisen. Hvis en får bekreftet positivt funn av olje/gass i undersøkelsesfasen, så entrer prosjektet den neste fasen. Ved negativt funn avsluttes prosjektet allerede i

<sup>6</sup> I figur 4.3 er kun startfleksibilitet illustrert for produksjonsfasen. Produksjonsfasen inkluderer også fleksibilitet til å ekspandere og avslutte prosjektet.

undersøkelsesfasen. Den neste fasen, utforskningsfasen, preges også av en teknisk usikkerhetskilde og en markedsusikkerhet. Den tekniske usikkerheten knytter seg nå til volumet av olje/gass som finnes i reservoaret, samtidig er oljeprisen fremdeles en usikkerhetskilde. I den tredje og siste fasen, produksjonsfasen, er oljeprisen den sentrale usikkerhetsdriveren<sup>7</sup>.

I hver av de tre fasene har ledelsen tilgjengelig ulike typer realopsjoner. Basert på informasjon som etter hvert avsløres om oljeprisen og reservoaret, står ledelsen i de to første fasene ovenfor valgene om å avvise eller akseptere prosjektet. En ser altså at initiering av produksjonsfasen er avhengig av at prosjektet aksepteres i de to første fasene. Slike fasede investeringer er analogt med begrepet 'sammensatte opsjoner'. I produksjonsfasen er det i tillegg modellert med at ledelsen har både avslutnings-, utsettelses- og ekspansjonsfleksibilitet.

### 4.3 Presentasjon av fremgangsmåte

Modellen består av en 3-steps prosess. I det første steget gjøres en standard nåverdianalyse av prosjektet. Dette gjøres ved å diskontere risikonøytrale kontantstrømmer over levetiden til prosjektet med risikofri rente. (Ekvivalent kan en også diskontere forventede kontantstrømmer med et vanlig avkastningskrav). Denne nåverdien representerer verdien av underliggende aktivum (prosjektet). I det neste steget identifiseres opsjonene som er tilgjengelig for ledelsen, og det lages handlingstrær som forteller hvordan ledelsen skal respondere på ny informasjon. I det tredje og siste steget verdisettes prosjektet med opsjonene gjennom en rekursiv prosess ved bruk av enkle algebraiske teknikker.

#### 4.3.1 Steg 1 – Nåverdi av prosjekt uten fleksibilitet

For å finne verdien av prosjektet uten fleksibilitet beregnes kontantstrømmer for de potensielle oljeprisene. En verdivurdering av prosjektet bygger på å knytte en sannsynlighet til hver av disse kontantstrømmene, slik at en kan beregne forventet kontantstrøm i hver periode (FCFF), og deretter diskonteres disse forventede kontantstrømmene til risikojustert kapitalkostnad ( $r$ ). Verdivurderingen gjøres etter følgende ligninger:

---

<sup>7</sup> I produksjonsfasen antas det at usikkerhet i oljepris inkluderer valutausikkerhet, NOK\USD.

$$DCF = \sum_{t=1}^n \frac{FCFF_t}{(1+r)^t} \quad (12)$$

$$FCFF = [(P - VC) \times V - FK] \times (1 - s) \quad (13)$$

Hvor DCF = diskontert kontantstrøm,  $FCFF_t$  = forventet fri kontantstrøm til selskapet i år  $t$ ,  $P$  = oljepris,  $VC$  = variable kostnader,  $V$  = volum oljefat,  $s$  = skattesats. Ved å bruke ligning (12) og (13) kan verdibevegelsen til underliggende aktivum (oljeprosjektet) løses gjennom en rekursiv prosess i det binomiske treet, hvor en starter ved sluttnodene til treet og arbeider bakover i tiden til begynnelsen av produksjonsfasen (ligning 14):

$$V_t = FCFF_{t-1} + DCF_t = FCFF_t + \frac{p \times V_{t+1}^+ + (1-p) \times V_{t+1}^-}{1+r_f} \quad (14)$$

Hvor  $V$  er prosjektverdien under kontinuerlig produksjon. Figur 4.4 illustrerer utviklingen i oljepriser og tilhørende kontantstrømmer for år 1-10 visuelt<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> De binomiske trærne er snudd 45 grader til høyre i forhold til det som er vanlig å presentere i lærebøker, da dette er vesentlig mer tidsbesparende å modellere. Se appendix.

**Oljepris - geometrisk Brownsk bevegelse:**  $P_0 = \$80$ ,  $\sigma = 0.3$ ,  $r = 0.04$ ,  $\delta = 0.04$ ,  $\Delta t = 1$  år,  $P_{MAX} = \$300$ ,  $P_{MIN} = \$20$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
80,00	107,99	145,77	196,77	265,61	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00
	59,27	80,00	107,99	145,77	196,77	265,61	300,00	300,00	300,00	300,00
		43,90	59,27	80,00	107,99	145,77	196,77	265,61	300,00	300,00
			32,53	43,90	59,27	80,00	107,99	145,77	196,77	265,61
				24,10	32,53	43,90	59,27	80,00	107,99	145,77
					20,00	24,10	32,53	43,90	59,27	80,00
						20,00	20,00	24,10	32,53	43,90
							20,00	20,00	20,00	24,10
								20,00	20,00	20,00
									20,00	20,00
										20,00

**Fri kontantstrøm til selskapet:**  $VC = \$20$ , Produksjonsvolum = 4, skatt(s) = 50 %,  $FK = 100$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
70	126	202	304	441	510	510	510	510	510	510
	29	70	126	202	304	441	510	510	510	510
		-2	29	70	126	202	304	441	510	510
			-25	-2	29	70	126	202	304	441
				-42	-25	-2	29	70	126	202
					-50	-42	-25	-2	29	70
						-50	-50	-42	-25	-2
							-50	-50	-50	-42
								-50	-50	-50
									-50	-50
										-50

**Figur 4.4** Potensielle fremtidige oljepriser over en 10-års periode og tilhørende kontantstrømestimer.

Dette er et risikofylt prosjekt. Den høye volatiliteten i oljeprisen gjør at kontantstrømmene lett kan bli negative ved prisfall. Jeg har med vilje konstruert et slikt volatilt prosjekt for å understreke tilleggsverdien som opsjonene senere vil gi til prosjektet. Modellen gir også mulighet for at ledelsen enkelt kan legge inn egne subjektive estimer på maks- og minstepris på oljeprisen, noe som hindrer ekstreme utslag i kontantstrømmer som prisprosessen ellers tillater. Effekter av slike restriksjoner på bevegelsen i oljepris diskuteres senere i oppgaven. Figur 4.5 illustrerer verdien av prosjektet når en anvender ligning (14) for å diskontere kontantstrømmene fra figur 4.4.

Diskonterte kontantstrømmer - Bevegelse av underliggende aktivum										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
823	1515	2252	3073	3895	4533	4904	5050	5015	4845	4581
	367	847	1436	2128	2895	3651	4214	4504	4567	4454
		-15	343	795	1344	1986	2689	3370	3848	4046
			-277	-19	316	734	1239	1823	2452	3045
				-442	-264	-24	284	665	1118	1634
					-529	-415	-250	-29	249	586
						-560	-491	-385	-233	-35
							-560	-513	-448	-351
								-544	-507	-461
									-518	-485
										-489

**Figur 4.5** Potensielle fremtidige diskonterte kontantstrømmer

Det er viktig å merke at de diskonterte kontantstrømmene ovenfor er et utdrag fra modellen fra år 0-10, og reflekterer dermed ikke hele utviklingen i verdien av prosjektet. På slutten av levetiden til prosjektet vil nemlig verdien synke etter hvert som kontantstrømmene fra feltet nærmer seg slutten. Og i det siste produksjonsåret (ved  $t = 20$ ) vil prosjektverdien være lik ”kontantstrømmen fra drift minus demonteringskostnad”.

### 4.3.2 Steg 2 – Omgjøre hendelsestreet til et handlingstre

Etter at en har funnet bevegelsen i underliggende aktivum, er neste steg å legge inn ledelsen sin fleksibilitet til å respondere på ulike scenarioer som inntreffer langs hendelsestreet. Nedenfor viser jeg hvordan opsjonene kan implementeres i modellen.

#### Fleksibilitet til å avslutte prosjektet

Ledelsen har muligheten til å avslutte prosjektet tidlig om gjenværende driftsverdi blir negativ og overstiger kostnaden ved å nedlegge prosjektet. Denne fleksibiliteten er spesielt verdifull hvis det inntreffer scenarioer hvor reservoarvolumet er lite og perioder hvor oljeprisen er lav. For å verdivurdere opsjonen benyttes følgende formel:

$$V^* = \text{MAX} \left[ A, \frac{p \times V_{t+1}^+ + (1-p) \times V_{t+1}^-}{1+r_f} \right] \quad (15)$$

hvor  $V^*$  = driftsverdien av prosjektet inkludert opsjonen til å avslutte prosjektet tidlig, og  $A$ = kostnaden ved å avslutte prosjektet (Abandon). Ved å gå stegvis bakover i treet ved bruk av ligning (15), så vil den justerte prosjektverdien i hver node,  $V^*$ , være lik maksimum av verdien av ”å fortsette drift” og ”kostnaden ved å avslutte prosjektet”. I produksjonsfasen



antas en kostnad på \$ 50 millioner for å demontere plattformer og andre produksjonsfasiliteter. Denne kostnaden må uansett betales ved produksjonsslutt (år 20). I figur 4.6 utvides eksemplet illustrert i figur 4.5 til å inkludere avslutningsfleksibilitet. Legg merke til hvordan scenarioer i figur 4.5 hvor prosjektet får svært negative verdier ikke lenger forekommer. I stedet velger ledelsen å avslutte prosjektet til en kostnad av \$ 50 millioner. Denne fleksibiliteten øker prosjektverdien fra \$ 823 millioner til \$ 954 millioner, en økning i prosjektverdi på 16 %.

**Prosjektverdi - inkludert avslutningsfleksibilitet**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
954	1600	2303	3101	3909	4539	4906	5050	5015	4845	4581
	542	962	1507	2169	2915	3660	4218	4505	4567	4454
		216	499	893	1402	2017	2703	3375	3849	4046
			25	190	452	816	1284	1844	2461	3048
				-50	14	162	399	730	1150	1647
					-50	-50	1	131	342	634
						-50	-50	-50	-12	98
							-50	-50	-50	-50
								-50	-50	-50
									-50	-50
										-50

**Figur 4.6 Bevegelse av underliggende aktivum – inkludert avslutningsfleksibilitet**

### **Fleksibilitet til å ekspandere**

Opsjonen til å ekspandere er analogt med en amerikansk kjøpsopsjon, hvor en kan foreta en tilleggsinvestering for å øke produksjonsraten fra feltet. En slik utvidelsesopsjon kan anvendes i mange ulike situasjoner. Et eksempel er hvis det i fremtiden blir tilgjengelig nye teknologiløsninger som kan øke utvinningsgraden fra et oljefelt. I modellen er ekspansjonsopsjonen implementert på en enkel måte. Den koster \$ 50 millioner, og gir en verdiøkning på 5 % av nåværende prosjektverdi<sup>9</sup>. På denne måten fanger en lett opp effekten av bevegelsene i oljepris. Hvis oljeprisen er høy vil verdien av prosjektet være høyt, og en 5 % økning i prosjektverdi vil utgjøre et betydelig beløp. Tilsvarende vil lave oljepriser bety at prosjektet har en lavere verdi, og en 5 % økning i verdi forsvarer trolig ikke kostnaden ved tilleggsinvesteringen. Denne opsjonen vil altså bare bli benyttet om markedsforholdene utvikler seg godt. Følgende formel benyttes for å verdivurdere opsjonen:

<sup>9</sup> Ved innføring av ekspansjonsfleksibilitet kan ledelsen også vurdere om de ønsker å knytte opsjonen mer direkte til produksjonstakten, samt om økt utvinningsrate vil bety at levetiden til feltet reduseres.

$$V^* = \text{MAX} \left[ \frac{p \times V_{t+1}^+ + (1-p) \times V_{t+1}^-}{1+r_f}, V_e - I_e \right] \quad (16)$$

Hvor  $V^*$  er ny driftsverdi av prosjektet inkludert ekspansjon og avslutningsfleksibilitet,  $V_e$  er prosjektverdien inkludert ekspansjon, og  $I_e$  er kostnaden ved å ekspandere. I ligning (16) er investeringsutlegget,  $I_e$ , ekvivalent med utøvelsesprisen. I hver node maksimeres altså verdien av 'nåværende drift' og 'verdien av drift inkludert ekspansjon'. Merk at i analysen av ekspansjonsfleksibilitet så er underliggende aktivum justert for avslutningsfleksibilitet. Opsjonene bygges dermed inn stegvis og kontingent på hverandre, og representerer en vesentlig forbedring av å analysere opsjonene selvstendig, fordi en da ikke tar hensyn til manglende verdi-additivitet hos opsjonene. Rekkefølgen for hvordan en gjør denne prosessen er likevel viktig. En må passe på at avslutningsopsjonen og ekspansjonsopsjonen legges inn i modellen først, fordi startfleksibilitet utøves tidligere enn disse opsjonene og vil kunne påvirkes av verdien av dem.

### Startfleksibilitet

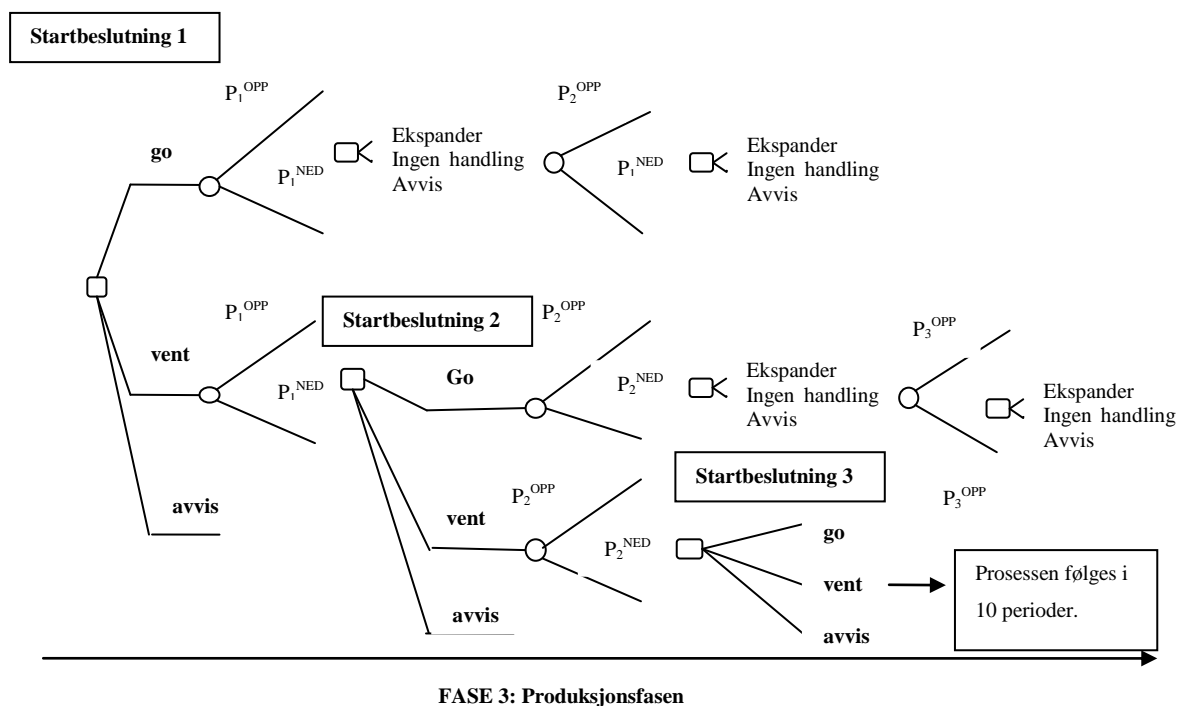
La oss så verdivurdere prosjektet rett etter utforskningsfasen, hvor feltet enda ikke har startet produksjon av olje. På dette tidspunkt må ledelsen ta stilling til enda en opsjon – muligheten til å avgjøre om, eller når, en skal investere beløpet som trengs for å bringe prosjektet til produksjonsfasen. Disse investeringene inkluderer blant annet installering av offshore oljeplattformer, prosesseringsanlegg og transportsystemer. Et slikt uutviklet felt kan betraktes som en kjøpsopsjon hvor underliggende aktivum er verdien av et ferdig, produserende felt (inkludert opsjonen til å ekspandere og avslutte prosjektet), og hvor investeringsutgiften er ekvivalent med utøvelsesprisen. En får da:

$$\text{NPV}^* = \text{MAX} \left[ V^* - I, \frac{p \text{NPV}^+ + (1-p) \text{NPV}^-}{1+r}, 0 \right] \quad (17)$$

Hvor  $\text{NPV}^*$  er nåverdien inkludert to typer fleksibilitet – startfleksibilitet og avslutningsfleksibilitet, og  $I$  er nåverdien av investeringsutlegget. Hvis driftsverdien av prosjektet på et tidspunkt overstiger investeringsutlegget, så vil ledelsen investere og det uutviklede feltes nettoverdi vil være  $\text{NPV}^* = V^* - I$ . Oljeprisusikkerhet og reservoarusikkerhet kan også gjøre at NPV av prosjektet viser seg å være negativ. I dette tilfellet kan ledelsen bestemme seg for ikke å investere i prosjektet, og nettonåverdi vil være 0.

Fra ligning (17) ser en altså at selskapet står ovenfor 3 valg. Prosjektet kan igangsettes straks, det kan utsettes, eller en kan velge å avvise prosjektet. Fordelen med å vente kommer normalt av at en får ny informasjon om oljeprisen. Det finnes likevel også ulemper med å utsette prosjektstart. For eksempel mottar selskapet da kontantstrømmene på et senere tidspunkt.

Selve modelleringen av startfleksibilitet er mer tidkrevende enn de andre opsjonstypene fordi når en vurderer opsjonen med å utsette prosjektstart, så innebærer det at kontantstrømmene forskyves et år frem. I dette året blir de fremtidige kontantstrømmene påvirket av et nytt sett med oljepriser, alt etter om oljeprisen går opp eller ned. I prinsippet har ledelsen mulighet til å avvente produksjonsstart i hele lisensperioden for feltet, vanligvis rundt 40 år. I modellen er det imidlertid modellert med 10 år ventemulighet. Figur 4.7 viser strukturen på hvordan den dynamiske programmeringen for startfleksibilitet utføres i produksjonsfasen.



**Figur 4.7** Beslutningsstrukturen til startfleksibilitet. Prisusikkerhet angis som; ○, mens ledelsens opsjoner er gitt som; □.

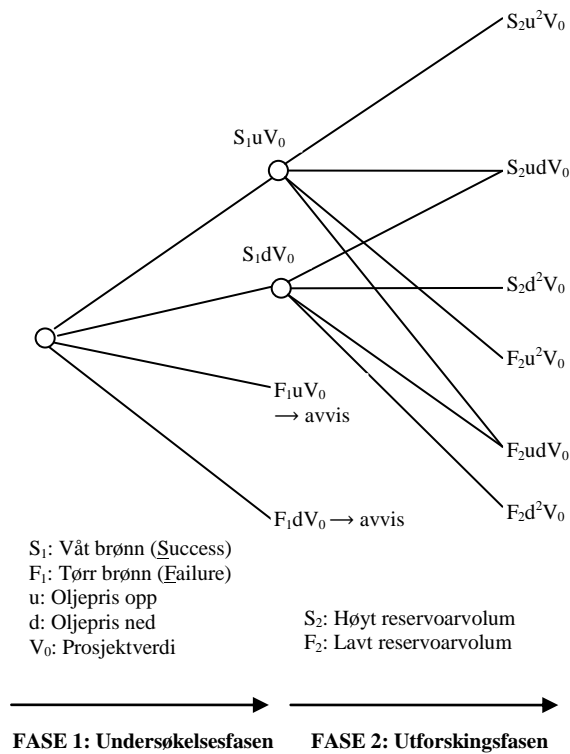
I figur 4.7 står ledelsen initialt ovenfor valget om å starte, vente eller avvise prosjektet. Hvis en velger å starte, går prosjektet straks til produksjonsfasen, og de andre to opsjonene (avslutning og ekspansjon) blir tilgjengelig for ledelsen. Hvis en utsetter prosjektstart, møter en valget om å starte, vente eller avvise prosjektet en periode senere. I mellomtiden har

imidlertid prosjektverdien blitt påvirket av utviklingen i oljeprisen, og ledelsen står ovenfor et nytt sett med oljepriser som påvirker hvilket valg en foretar. Ved startfleksibilitet vil en sjelden benytte seg av muligheten til å avvise prosjektet - selv om prosjektet er ulønnsomt. Årsaken er at det alltid er en sjanse for at markedsforholdene senere kan utvikle seg slik at prosjektet likevel blir lønnsomt.

### **4.3.3 Steg 3 – Verdisetting av prosjektet med fleksibilitet**

For produksjonsfasen følger verdisettingen av feltet en rekursiv prosess slik som skissert i ligning (14). Prosedyren med å jobbe seg bakover fortsetter gjennom de to første fasene til en har funnet verdien av å initiere prøveboring av feltet – altså verdien av et uutviklet offshore oljefelt. Den rekursive prosessen fortoner seg imidlertid noe annerledes når en beveger seg bakover gjennom utforskningsfasen og undersøkelsesfasen. I hver av disse fasene eksisterer det nemlig to usikkerhetskilder; en geologisk usikkerhetskilde og en markedsusikkerhet.

Usikkerhet knyttes til geologisk funn, og videre kvantitet av olje eller gass er uavhengig av markedsøkonomien, og derfor usystematisk. Siden denne usikkerheten fullt ut kan diversifiseres, så kan en estimere verdien av et uutviklet felt ved å bruke både risikofri rente og de faktiske sannsynligheter for fordelingen. Siden reservoarusikkerhet og oljeprisen er uavhengig av hverandre, blir også arbeidet med å modellere to usikkerhetskilder lettere, da korrelasjonen mellom dem kan antas å være 0. Ved to usikkerhetskilder utvides antall utfall i det binomiske treet. For hver periode vil det da være mulig med fire utfall. Figur 4.8 viser hvordan de ulike utfallene er modellert i de to første fasene.



**Figur 4.8** Utfoldelse av usikkerhet i de to første prosjektfasene

Den rekursive prosessen i utforsningsfasen foregår ved først å multiplisere alle mulige nåverdier med sannsynlighetsfordelingen til oljeprisen og den faktiske sannsynlighet for å finne et kvantum, betinget på at prøveboring i undersøkelsesfasen har gitt et positivt funn. Deretter diskonteres denne forventede verdien tilbake et år, ved bruk av risikofri rente. Den forventede verdien for utforsningsfasen finnes ved å summere de diskonterte verdiene:

$$V^{Funn} = \frac{\sum \{P(Q)=x \mid Q>0\} NPV_Q^*}{(1+r_f)} \quad (18)$$

Hvor  $\sum \{P(Q) = x \mid Q > 0\}$  er sannsynligheten betinget på at undersøkelsesfasen har bekreftet positivt funn av olje, og  $V^{Funn}$  er verdien av feltet etter at positivt funn er bekreftet men før informasjon om reservoarvolumet er avslørt. Anta for eksempel at ved prosjektstart ( $t=0$ ) er forventet sannsynlighetsfordeling gitt som følger; Det er 90 % sjanse for at reservoaret inneholder olje, og 60 % sjanse for at reservoarvolumet er 100 millioner fat. Det betyr at sjansen for å finne olje er 90 %, og den betingede sannsynligheten for å finne 100 millioner fat etter at funn er bekreftet er 60 % / 90 %. Utforsningsfasen krever en investering ( $I_u$ ) på \$ 50 millioner, og ledelsen vil entre denne fasen om  $V^{Funn} - I_u > 0$ .

Helt til slutt i verdsettingsprosedyren, så estimeres verdien av opsjonen til å starte prøveboring i undersøkelsesfasen, gitt ved ligning (19).

$$V^{Pr\phi ve B} = \frac{P(Q=0)(0)+P(Q>0)\{MAX(V^{Funn} - I_u)\}}{(1+r_f)} \quad (19)$$

Hvor  $V^{Pr\phi ve B}$  er verdien av undersøkelsesfasen. Investeringsutleggene for prøveboring er gitt ved  $I_p$ , og investeringskriteriet for fasen blir at  $V^{Pr\phi ve B} - I_u > 0$ .

## 5. Analyse

### 5.1 Estimering av modellparametre

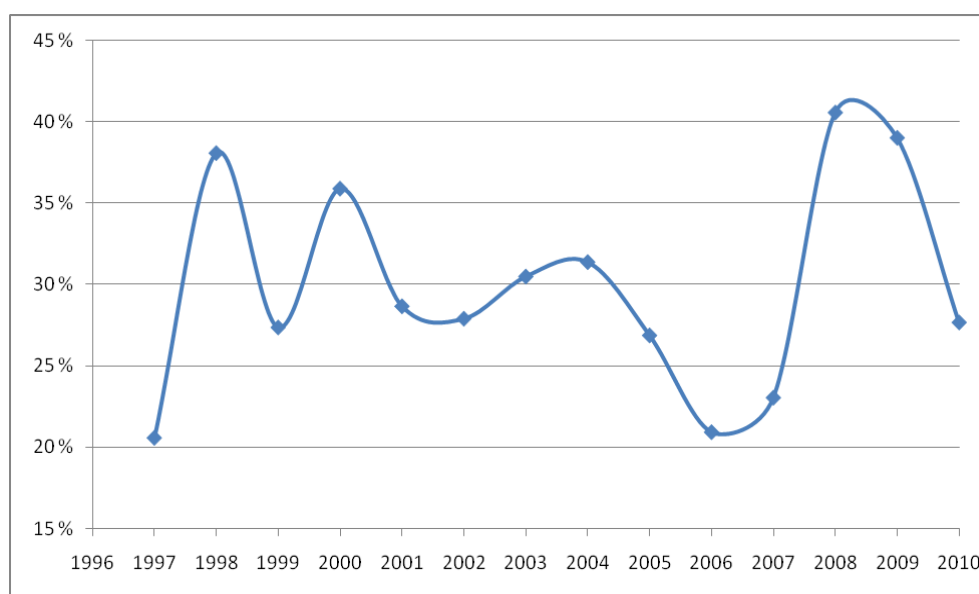
#### Oljepris

Det pågår enda debatt om hvilke stokastiske prosesser som er best egnet til å modellere bevegelsene i oljeprisen. Selv om historisk datamateriale kan støtte eksistensen av svak mean reversion i noen tidsperioder, er det ikke sikkert at denne prosessen er best egnet til å beskrive fremtiden. Begrepet ”Peak oil” er lansert av geofysikeren Hubbert som en betegnelse på toppunktet i utvinning av olje, hvor utvinningen deretter følger en nedadgående kurve (se eksempelvis Deffeyes (2006)). Denne produksjonstoppen ble nådd i Norge i 2000. Hvis denne nedadgående kurven for oljeproduksjonen fortsetter på verdensbasis, vil også fleksibiliteten til aktørene på tilbudssiden bli påvirket. Det gjør at de ikke lenger vil være like fleksible til å imøtekomme etterspørselen, noe som bryter med rammeverket for mean reversion – hvor markedskreftene på sikt justerer ubalanser i tilbud/etterspørsel tilbake til likevektspris. Kanskje vil de beste modellene for fremtidig oljepris inneholde et positivt trendledd, med stokastiske svingninger rundt denne.

Beregningene i denne modellen er basert på en antakelse om at oljepriser følger en geometrisk Brownsk bevegelse. For å imøtekomme noe av kritikken mot de ekstreme prisutslagene som prosessen tillater, er det i modellen lagt inn et tak på oljeprisen på \$ 300 dollar og en prisbunn på \$ 20 dollar. Disse restriksjonene etterligner resultatene fra mean-reversion modeller, hvor en reduserer sannsynligheten for å risikere svært høye eller lave oljepriser. Forskjellen er at mens mean reversion modeller baserer seg på en tilbaketrekkingskraft mot en langsiktig likevektspris over tid, så vil et pristak og en prisbunn bare hindre at oljeprisen ikke beveger seg forbi noen gitte terskelverdier. Ved å legge inn slike restriksjoner i modellen må en imidlertid være klar over at en endrer litt på sannsynlighetsfordelingen for underliggende prisprosess. Det bør også påpekes at prisnivåer på olje som virket helt urimelige for 10 år siden, er normale i dag. Dette kan også tenkes å være tilfelle i fremtiden. Ledelsen bør derfor være svært oppmerksomme på hvilke ”collars” de legger inn i modellen.

Vi skal imidlertid se at resultatene går i samme retning som ved mean reversion; nemlig at verdien av realopsjonene reduseres.

Volatiliteten til oljeprisen er en av de viktigste parametrene for å verdivurdere fleksibilitet til et oljeprosjekt, og bør vurderes grundig. Siden et oljeprosjekt har lang varighet, blir det et sentralt element å bestemme hva som er et passende estimat på volatiliteten på lang sikt. I prinsippet eksisterer det to metoder. En metode baserer seg på å beregne implisitt volatilitet fra markedspriser av kjøpsopsjoner på råolje handlet på internasjonale oljebørser. Uheldigvis handles det ikke opsjonskontrakter med varighet mer enn et år, slik at metoden mister en del av sin relevans. En annen tilnærming er å bruke standardavviket til råoljeprisen ut fra historiske tidsserier som et estimat på fremtidig volatilitet. Figur 5.1 presenterer årlig standardavvik over avkastningen til råoljepriser i fra 1996-2010 basert på ukentlig data.



**Figur 5.1** Annualisert volatilitet til råoljepris - basert på alle lands ukentlige spotpriser vektet med eksportvolumet. (Kilde: EIA, Egne beregninger.)

Figur 5.1 viser at variasjonen i volatiliteten til råoljeprisen har vært forbløffende høy. Selv om volatiliteten holdt seg forholdsvis stabilt innenfor 20-30 % i perioden 2001-2007, så har svingningene ellers vært svært høye. Spesielt ser en at volatiliteten økte betraktelig under finanskrisens hendelser i perioden 2008-2009. Gjennomsnittsvolatiliteten over hele perioden 1996-2010 er 31.25 %. Basert på disse beregningene legges det til grunn et "base-case" scenario hvor oljeprisvolatiliteten er 30 % per år.

### Andre modellparametre

På grunn av konfidensielle hensyn hos oljeselskaper er det vanskelig å få tak i virkelige prosjektdata. Smit (1997) har imidlertid utført lignende verdivurderinger av oljefelt på



nederlandsk kontinentalsokkel, og noen av disse inputparametrene legges til grunn i denne utredningen. Videre er tallmaterialet også basert på egne vurderinger, og er justert etter beste evne slik at det reflekterer egenskapene til et moderne felt. For eksempel vil konstruksjonskostnaden ved et moderne felt være høyere enn tidligere på grunn av vanskeligere utbyggingsforhold (dypere lokalisering, lengre fra land etc.).

I modellen legges det til grunn en risikofri rente på 4 %, og convenience yield behandles som en eksogent gitt variabel satt til 4 %. Se forøvrig Gibson et al. (1990) og Schwartz og Cortazar (1998) for en gjennomgang av modeller hvor også convenience yield behandles som en stokastisk prosess.

## 5.2 Resultater

### 5.2.1 Verdivurdering

Risikojusterte metoder kan gi en korrekt verdivurdering av feltet dersom alle antakelser er riktige. Det er imidlertid svært vanskelig å diskontere kontantstrømmene til enhver tid med en diskonteringssats som reflekterer fremtidig risiko til prosjektet. Petroleumsinvesteringer er spesielt preget av høy usikkerhet og fleksibilitet. Som en konsekvens, vil en klassisk NPV metode ha store problemer i å simulere risikobildet gjennom prosjektet. Til tross for disse begrensningene brukes NPV aktivt av praktikere i oljeindustrien fordi metoden er enkel å forstå. Nedenfor illustreres forskjellen i prosjektverdi mellom en statisk NPV analyse og realopsjonsmodellen med full fleksibilitet.

**Tabell 1 Verdi av fleksibilitet for et uutviklet oljefelt for forskjellige volatiliteter i oljepris (i millioner dollar)**

Investeringsutleggene i hver fase er henholdsvis  $I_{\text{Prøveb}} = \$30$ ,  $I_{\text{Utforsk}} = \$50$ ,  $I_{\text{Produ}} = \$300$ . Langsiktige futurespriser er estimert ved å bruke en konstant 4 % convenience yield og en 4 % langsiktig rente. Initial oljepris er satt til \$80 dollar, årlig faste kostnader = \$80, variable kostnader er \$20 dollar per fat og skattesats = 50 %. Se Appendix A for en komplett oversikt over inputparametrene.

Verdi prøveboring	$\sigma = 15 \%$	$\sigma = 20 \%$	$\sigma = 25 \%$	$\sigma = 30 \%$	$\sigma = 35 \%$	$\sigma = 40 \%$
Netto nåverdi <sub>STATISK</sub>	149,3	165,0	167,9	158,9	141,9	122,5
Netto nåverdi <sub>FULL FLEKSIBILITET</sub>	220,8	263,5	287,0	292,5	285,3	267,3
Forandring	48 %	60 %	71 %	84 %	101 %	118 %

Tabell 1<sup>10</sup> indikerer at total verdi av start-, avslutnings, og ekspansjonsfleksibilitet er svært høy sammenlignet med en statisk nåverdianalyse. Den statiske nåverdianalysen er beregnet gjennom å diskontere sikkerhetsekvivalente kontantstrømmer til prosjektet uten fleksibilitet. Det betyr at forventet prosjektverdi drives av vekstfaktoren (risikofri rente minus convenience yield), og ikke forskjellig verdier i volatilitet. Når dette likevel er tilfelle i tabell 1, skyldes det restriksjonene som er lagt inn i prisprosessen, med prisbunn og pristak på oljeprisen på henholdsvis \$ 300 og \$ 20. Mer generelt ser en også at verdien av opsjonene øker når volatiliteten i oljeprisen er høy.

Majoriteten av tidligere studier viser at opsjonspremien<sup>11</sup> for uutviklede petroleumsreserver typisk ligger i intervallet 20-60 % for alle spotpris-modeller (Se eksempelvis Laughton (1998b) og Paddock et al. (1988)). Dette er lavere enn flere av opsjonspremiene skissert i tabell 1. Den ekstra høye opsjonspremien kan i hovedsak knyttes til tre faktorer. For det første har de irreversible kostnadene ved moderne oljeprosjekt økt relativt til verdien av feltet. Det skyldes at oljefeltene utvikles under stadig vanskeligere forhold, noe som krever dyrere installasjonsløsninger. Disse store irreversible kostnadene gjør at verdien av å avvente oppstart og avslutte prosjektet blir ekstra verdifull. For det andre har volatiliteten i oljeprisen vært 22% i perioden 1900 – 1994 (Smith og McCardle (1999)), mens gjennomsnittsvolatiliteten i de siste 15 årene har vært over 30 %. Siden opsjoner blir mer verdifulle ved høye svingninger, betyr dette at opsjonsverdien for oljeprosjekter har økt i nyere tid. Til slutt er et kjennetegn ved mange artikler om realopsjoner at en opsjonstype studeres i isolert. I denne utredningen er det imidlertid modellert med tre typer fleksibilitet, noe som gjør at total opsjonspremie vil være høyere enn en enkelt opsjon. Verdibidraget fra hver type fleksibilitet er gjengitt i tabell 2 for produksjonsfasen.

---

<sup>10</sup> Se Appendix B for et detaljert eksempel på hvordan tallene i tabell 1 beregnes.

<sup>11</sup> Med opsjonspremie menes verdien av fleksibilitet målt i forhold til statisk NPV-verdi.

### ***Tabell 2 Verdi av ulike typer fleksibilitet i produksjonsfasen***

Verdiene er beregnet i prosent av nåverdien til prosjektet uten fleksibilitet, hvor produksjonstakt er basert på et høyt reservoarvolum. Inputparametre er gjengitt i Appendix A, og volatilitet i oljepris er eneste endringsvariabel. Resultatene viser at både avslutningsfleksibilitet og startfleksibilitet bidrar sterkt til å øke prosjektverdien.

<b>Verdi av fleksibilitet i Produksjonsfasen</b>	<b><math>\sigma = 15 \%</math></b>	<b><math>\sigma = 20 \%</math></b>	<b><math>\sigma = 25 \%</math></b>	<b><math>\sigma = 30 \%</math></b>	<b><math>\sigma = 35 \%</math></b>	<b><math>\sigma = 40 \%</math></b>
Avslutningsfleksibilitet	7,0 %	15,0 %	24,9 %	38,5 %	57,8 %	87,6 %
Ekspansjonsfleksibilitet	1,2 %	2,1 %	2,9 %	3,7 %	4,7 %	6,2 %
Startfleksibilitet	9,9 %	18,0 %	26,2 %	34,4 %	46,5 %	66,9 %

En bør være påpasselig med hvordan en tolker resultatene i tabell 2, fordi opsjonene mangler verdiadditive egenskaper. Ekspansjon og avslutningsfleksibilitet er motsatte opsjonstyper som utøves innenfor samme tidsperiode, og fra 3.2.6 vet en at overlapping mellom disse ikke vil forekomme, og verdiene kan adderes. Startfleksibilitet, altså muligheten til å velge om og når en skal initiere produksjonsfasen, utøves imidlertid før de to andre opsjonene. Verdien av avslutningsfleksibilitet og ekspansjonsfleksibilitet avhenger derfor av at valget om produksjon tas. Ved sammenligning av tabell 1 og 2, så er total opsjonspremie lavere i produksjonsfasen (fase 3) enn om verdivurderingen gjøres i undersøkelsesfasen (fase 1). Det skyldes at i tidligere faser vet en ikke hvilket reservoarvolum feltet inneholder. Sannsynlighetsfordelingen er gitt ved at det er 60 % sjanse for høyt reservoarvolum, og 40 % sjanse for lavt volum. Det sistnevnte scenarioet vil kun i få tilfeller lønne seg uten fleksibilitet. Men hvis fleksibilitet inkluderes vil også lavvolumløsningen ha verdi, fordi en da kan velge å utsette et ulønnsomt prosjekt og se om oljeprisen stiger. Denne reservoarusikkerheten gjør at verdien av fleksibilitet er ekstra stor når prosjektet vurderes på et tidlig stadium. Poenget illustreres i tabell 3, hvor forventet sannsynlighetsfordeling over reservoarvolumet varieres.

### Tabell 3 Verdi av et utviklet felt (i millioner dollar)

Tabellen sammenligner utviklingen i realopsjonsverdi og sikkerhetsekvivalent verdi av feltet.  $V_H$  og  $V_L$  betegner sannsynlighetsfordelingen for et henholdsvis høyt og lavt reservoarvolum. Et høyt reservoarvolum består av 60 millioner fat olje, mens et lavt reservoarvolum tilsvarer 40 millioner fat olje. Under antakelsen om en lineær produksjonstakt over 20 års levetid, får en da årlige produksjonstakter på henholdsvis  $X_H = 3$  millioner fat og  $X_L = 2$  millioner fat.  $\sigma_p = 30\%$ .

Verdi prøveboring ( $V_H / V_L$ )	100 % / 0 %	80 % / 20 %	60 % / 40 %	40 % / 60 %	20 % / 80 %	0 % / 100 %
Netto nåverdi <sub>STATISK</sub>	220,6	206,1	158,9	112,5	77,4	33,3
Netto nåverdi <sub>FULL FLEKSIBILITET</sub>	350,9	345,3	292,5	239,7	187,0	113,5
Opsjonspremie	59,1 %	67,5 %	84,0 %	113,1 %	141,5 %	241,0 %

Resultatene i tabell 3 viser at desto mer spekulative blokkene blir, altså hvor sannsynligheten for et lite oljefunn er høyt, desto høyere vil verdien av fleksibilitet være relativt til en statisk NPV analyse. Det skyldes at investering i utforskning av spekulative felt er mer effektiv i å avdekke underliggende usikkerhet, og derfor relativt mer verdifull enn for tilsvarende lav-usikkerhets felt. Det kan også være interessant å se på hvordan den geologiske usikkerheten i undersøkelsesfasen påvirker verdien av feltet. I base case er det modellert med at det er høy sjanse for å finne olje under prøveboring (90 % sjanse for våt brønn). I tabell 4 nedenfor illustreres verdien for mer spekulative felt, hvor sjansen for positivt funn er lavere.

### Tabell 4 Verdi av feltet ved reservoarusikkerhet (i millioner dollar)

Verdivurdering hvor prosentsatsen betegner sannsynligheten for at reservoaret inneholder olje/gass.

Forventningen til reservoarvolum holdes konstant og er lik  $V_H \setminus V_L = 60\% \setminus 40\%$ , og  $\sigma_p = 30\%$ .

Verdi ved geologisk usikkerhet	100 %	80 %	60 %	40 %	20 %	0 %
Netto nåverdi <sub>STATISK</sub>	154,1	117,3	80,5	43,6	6,8	0,0
Netto nåverdi <sub>FULL FLEKSIBILITET</sub>	287,7	224,1	160,6	97,1	33,5	0,0
Opsjonspremie	86,7 %	91,1 %	99,6 %	122,4 %	391,5 %	-

Resultatene i tabell 4 viser at selv om både netto nåverdi med og uten fleksibilitet synker når sjansen for funn reduseres, så synker  $NPV_{\text{Full fleksibilitet}}$  relativt mindre enn  $NPV_{\text{Uten fleksibilitet}}$ . Videre er en sensitivitetsanalyse av startfleksibilitet og avslutningsfleksibilitet gitt i tabell 5, og illustrerer hvordan disse opsjonstypene endrer verdi for endringer i det irreversible investeringsbeløpet.

### **Tabell 5 Sensitivitetsanalyse av start- og avslutningsfleksibilitet**

Denne tabellen viser sensitiviteten til to opsjonstyper for endringer i det irreversible investeringsbeløpet i forhold til base case. I base-case er investeringsutgiftene for produksjonsfasen satt til \$ 300 millioner dollar. De absolutte verdiene i tabellen er gitt i millioner dollar, mens presentsatsene er gitt som opsjonsverdi i prosent av statisk NPV analyse. Alle andre parametre holdes konstant og lik som i base-case.

<b>Δ Investeringsutgift</b>	<b>-30 %</b>	<b>-20 %</b>	<b>-10 %</b>	<b>0 %</b>	<b>(+) 10%</b>	<b>(+) 20%</b>	<b>(+) 30%</b>
Verdi avslutningsfleksibilitet	106,8	106,8	106,8	106,8	106,8	106,8	106,8
Verdi i prosent av NPV <sub>STATISK</sub>	29,1 %	31,6 %	34,7 %	38,5 %	43,2 %	49,1 %	57,0 %
Verdi startfleksibilitet	59,4	71,1	82,9	95,6	111,2	127,8	145,0
Verdi i prosent av NPV <sub>STATISK</sub>	16,2 %	21,1 %	27,0 %	34,4 %	44,9 %	58,8 %	77,4 %

Fra tabell 5 ser en at startfleksibilitet blir mer verdifull (både i absolutt- og relativ verdi) ved stigende investeringsutgifter i produksjonsfasen. Det skyldes at ved oljefunn hvor installasjonsløsningene er spesielt kostbare, så vil ledelsen stille seg nølende til å igangsette prosjektet om ikke markedsforholdene er gode. Dermed stiger verdien av muligheten til å avvente prosjektstart og se hvordan markedet utvikler seg. Fra tabell 5 ser en at verdien av å vente med produksjonsstart representerer en betydelig del av prosjektet. Dette er også i tråd med tidligere litteratur på området (se eksempelvis Bjerksund og Ekern (1990) og Dixit og Pindyck (1994)). Avslutningsfleksibilitet benyttes etter at produksjonsfasen er igangsatt, og investeringsutgiftene betraktes derfor som sunk cost. Derfor er absoluttverdien av avslutningsfleksibilitet uendret (se tabell 5).

## **5.2.2 Implikasjoner**

Resultatene som er presentert viser at volatiliteten til oljeprisen har en sterk og positiv påvirkning på verdien av prosjektet. Mer interessant er kanskje innsikten i hvor mye tilleggsverdi fleksibilitet gir prosjektet. I base-case er tilleggsverdien av fleksibilitet hele 84.1 %. Dette resultatet er imidlertid svært sensitivt for endringer i inputparametrene, og understreker betydningen av at disse estimeres korrekt. En endring i volatiliteten i oljeprisen fra 30 % til 25 % vil for eksempel endre verdien av opsjonene fra 84.1 % til 71.2 % (en nedgang på \$ 5.5 millioner dollar).

I tilfellet hvor en ser bort fra restriksjonene som er lagt på oljeprisen (pristak og prisbunn henholdsvis \$ 300 og \$ 20), altså hvor prisprosessen utelukkende følger en standard Brownsk bevegelse, går prosjektverdien i "Base-case" opp fra \$292,5M til \$423M – en

økning på 45 %. Dette er også i tråd med Smith og McCardle (1999) som fant at verdien av prosjektet steg fra \$ 490.1 millioner til \$ 653.2 millioner (en økning på 33,2 %) ved fravær av mean reversion i modellen. Lærdommen fra dette er todelt: (1) Korreksjon av ekstremverdier i prisprosessen reduserer sterkt verdien av realopsjonene; og (2) Et smalere konfidensintervall med lavere sjanser for store svingninger, betyr at det er signifikant mindre risiko og verdi tilknyttet langsiktige oljeprosjekter enn ved "ikke-mean-reverting" modeller. En bør imidlertid ikke trekke konklusjonen at mean reversion eliminerer verdien av all fleksibilitet. Verdien av realopsjonene er fremdeles høy. Poenget er at det er nødvendig å vurdere grundig hvilke stokastiske prosesser som skal legges til grunn i modellen.

Fra tabell 3 og 4 i 5.2.1 kan en se at verdien av fleksibilitet stiger relativt til en vanlig NPV analyse desto mer marginalt prosjektet er. Det betyr at verdien av fleksibilitet er spesielt verdifull når spekulative blokker skal vurderes, hvor det er høy usikkerhet både til hva reservoaret består av og hvilken mengde det inneholder. Dette kan ha noen interessante implikasjoner for hvordan et oljeselskap gjennomfører strategisk planlegging i et område. Resultatene av modellen viser for eksempel at investering i utforskning av spekulative felt er mer effektiv til å avdekke underliggende usikkerhet tidlig, og derfor mer verdifull enn for tilsvarende lav-usikkerhets felt. Årsaken er at om prøveboringen slår feil, så trenger en ikke å gjennomføre den enorme oppfølgingsinvesteringen i produksjonsfasen. Med andre ord; hvis feltet er tørt, så er bare den relativt lave investeringskostnaden i prøveboring tapt. Skulle det derimot vise seg å være en våt brønn, vil det i et spekulativt felt være mulighet for at funnet kan inneholde eksepsjonelt store verdier.

Realopsjonsteori kan derfor være med å støtte trenden blant store oljeselskaper om å prioritere utforskning av ukjente områder. Eksempelvis kan allokering av ressurser til leting i Barentshavet, Russland eller Kina, hvor det potensielt kan befinne seg store funn, være en bedre strategi enn å bare utforske små og mer sikre reserver på norsk kontinentalsokkel.

### **5.2.3 Ulemper ved realopsjonsmodellen**

Ved praktisk anvendelse av realopsjonsteori er det viktig å være klar over begrensningene ved metoden. Jeg vil belyse dette nærmere i de følgende i de påfølgende avsnitt.

Modellen er bygd etter sikkerhetsekvivalentsprinsippet illustrert i ligning (10). Der er utgangspunktet å predikere terminstrukturen til fremtidige forwardpriser, under antakelse om en forhåndsbestemt produksjonsrate og kostnad. Fra dette kan en ekvivalent posisjon tas i

Brent-forward kontrakter med overensstemmende utløpsdato. De resulterende kontantstrømmene kan da antas å være sikre, og følgelig diskonteres disse med risikofri rente. Implementeringsproblemer oppstår imidlertid på grunn av manglende langsiktige kontrakter i futures markedet. Dette har vært et generelt problem ved anvendelse av realopsjonsteori i oljebransjen. Hvordan langsiktig terminstruktur over futures-priser best kan estimeres har vært gjenstand for mye forskning<sup>12</sup>. I modellen har jeg valgt å løse denne utfordringen på en enkel måte, ved å anta at terminstrukturen til fremtidige kontrakter bestemmes ut fra en konstant risikofri rente og convenience yield.

Det er viktig å være klar over at verdien av realopsjoner kan falle hvis flere aktører i samme bransje har samme type opsjon. Betrakt for eksempel opsjonen til å redusere produksjonstakten om prisen faller under et gitt nivå. En slik opsjon kan i utgangspunktet virke verdifull. Hvis derimot flere andre store produsenter også har et kuttnivå for sin produksjon som ligger over vår bedrifts nivå, vil oljeprisen trolig aldri falle til vårt eget kuttnivå. Med andre ord vil de andre markedsaktørenes utøvelse av sine opsjoner medføre at vår egen opsjon aldri vil bli benyttet, og realopsjonen er dermed uten verdi. En ser altså at markedsstrukturen i bransjen kan påvirke verdien av realopsjoner, selv om denne type påvirkning trolig ikke er av avgjørende betydning. Resonnementet understreker at det ikke alltid er riktig å bruke Geometrisk Brownsk Bevegelse til å simulere underliggende prisprosess.

## 5.2.4 Supplerende beregninger

Modellen antar at de diskrete tidsinkrementene som beskriver geometrisk Brownsk bevegelse er 1 år. Dette er gjort for å gjøre modellen oversiktlig og tilgjengelig. I realiteten er en diskret beskrivelse av en Brownsk bevegelse kun helt korrekt når tidsintervallene går mot 0. Det er derfor et legitimt spørsmål hvor stor feilmarginen kan være. Ved å bruke en enkel programmeringskode for amerikanske opsjoner kan en raskt utføre beregninger av svært mange iterasjoner. Det er derfor lett å få et estimat på feilmarginen. Tabell 6 illustrerer et eksempel på en amerikansk kjøpsopsjon, hvor tidsinkrementene endres fra årlige til månedlige. Programmeringskoden (C++) er gjengitt i sin helhet i Appendix C.

---

<sup>12</sup> Se Schwartz (1998) for en grundigere gjennomgang av denne problemstillingen, hvor det introduseres mer avanserte modeller for å predikere fremtidig terminstruktur.

### **Tabell 6 Analyse av den diskrete stokastiske prisprosessen**

Tabellen viser verdien av en amerikansk kjøpsopsjon – for eksempel startfleksibilitet. Prosjektet har varighet 20 år, dagens prosjektverdi er 100, strike er 200,  $r_f = 4\%$ ,  $\delta = 4\%$ , og tidsinkrementene er enten  $N=20$  (årlige) og  $N=240$  (månedlige). Prosjektet er altså ulønnsomt i dag, og hele opsjonens verdi består av å avvente og se om prosjektet en gang blir lønnsomt.

<b>Verdi av startfleksibilitet</b>	<b><math>\Delta t = 1</math> mnd</b>	<b><math>\Delta t = 1</math> år</b>	<b><math>\Delta t \%</math></b>
Amerikansk kjøpsopsjon	19,123653	18,749015	1,998 %
Europeisk kjøpsopsjon	14,627716	14,586038	0,286 %

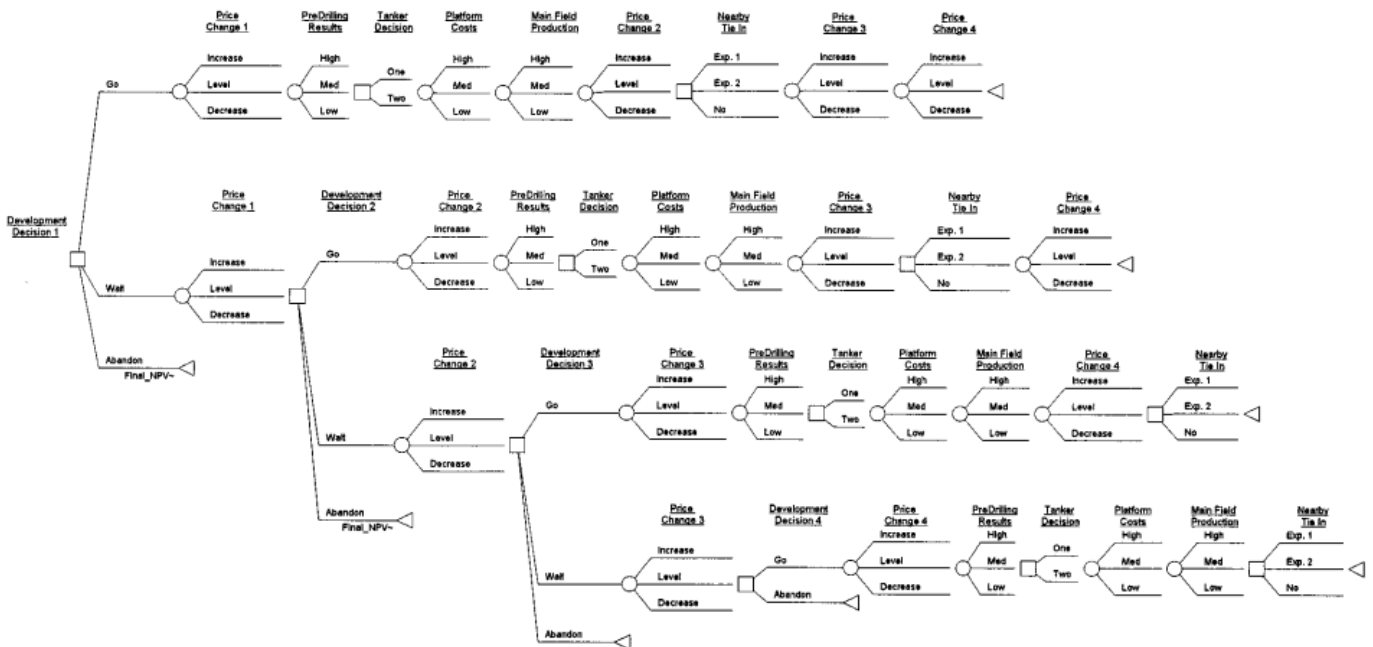
Resultatet viser en feilmargin på 2 %, og indikerer at forenklingen ikke reduserer validiteten til modellen i nevneverdig grad. I tabellen vises også verdien av realopsjonen hvis en antar at den er europeisk i stedet for amerikansk. Verdien av opsjonen reduseres da med omtrent 30 % - fra 19,12 til 14,62. Dette understreker at Black & Scholes rammeverket er uegnet for de fleste realopsjoner, og vil gi en betydelig feilmargin.

I produksjonsfasen er det modellert med én usikkerhetskilde: Oljeprisen. I realiteten kan det eksistere flere usikkerhetskilder som driver prosjektet. For eksempel kan det tenkes at variable kostnader også følger en stokastisk prosess. Videre vet en at disse kostnadsratene er korrelert med oljeprisen. Hvis oljeprisen går opp, vil også underleverandører ta seg bedre betalt. En svært enkel måte å håndtere dette problemet på i kontekst av modellen, er å anta full korrelasjon mellom oljepris og variable kostnader. På denne måten kan en modellere differansen; oljepris - variable kostnader ( $P - VC$ ) som en stokastisk prosess, i stedet for oljeprisen alene. Resultatet av denne forandringen i base-case er en nedgang i opsjonspremie fra 84 % til 53 %. Med andre ord reduseres verdien av fleksibilitet med over 30 % under antakelsen om full korrelasjon mellom oljepris og kostnadsrater. Årsaken er at hvis oljeprisen stiger i en periode, så vil også kostnadene stige tilsvarende; og hvis oljeprisen synker så vil også kostnadene synke i tilhørende periode. Korrelasjonen demper altså volatiliteten i prosjektets verdi. En tjener ikke like mye som før ved prisoppgang, fordi kostnadene også stiger; samtidig taper en mindre ved prisfall fordi kostnadsratene også faller. Det innebærer at verdien fleksibilitet blir mindre fordi usikkerheten til prosjektet er lavere.

### **5.2.5 Håndtering av mer komplekse scenarier**

En helt realistisk modellering av et oljeprosjekt er en vesentlig mer kompleks oppgave enn det som er presentert i den foregående modellen. Prosjektet kan preges av multiple





En binomisk modelltilnærming er videre ikke velegnet for behandling av multiple stokastiske usikkerhetskilder. Årsaken er at antall kombinasjoner av utfall raskt skaleres opp til et uhåndterbart tall ved mange perioder. Et eksempel kan være et oljeprosjekt hvor både oljepris, kostnadsrater, og brønntrykk følger forskjellige stokastiske prosesser. For slike formål anbefales Monte Carlo simulering eller lineær programmering av den dynamiske

modellen<sup>13</sup>. Smith and McCardle (1999) påpeker imidlertid at tidsbruket ved dataprogrammering er svært høyt. Det er derfor også her ønskelig å identifisere et passelig antall tilstands- og handlingsvariabler som er tilstrekkelig til å beskrive prosjektet over dets levetid. En binomisk modelltilnærming er imidlertid velegnet ved flere deterministiske usikkerhetskilder, slik som illustrert i figur 5.2.

Selskapet kan også stå ovenfor situasjoner hvor volatilitet, risikofri rente og andre parametre endres underveis i prosjektet, slik at treet ikke er gjenbindende. Disse problemstillingene kan analyseres gjennom lett tilgjengelig programvare, slik som RealOptions SLS eller PrecisionTree. Slik programvare tilbyr også et grafisk grensesnitt over beslutningstrærne . Ulempen er at ferdig programvare ikke alltid gir deg like stor frihet i å konstruere et eget downstream beslutningstre, slik som modellen er bygget rundt.

---

<sup>13</sup> Se Lund (1997) for verdivurdering av fleksibilitet gjennom lineær programmering av en dynamisk modell med multiple stokastiske usikkerhetskilder.

## 6. Oppsummering og konklusjon

Verdien av moderne oljeprosjekt preges av høy usikkerhet, og innebærer store irreversible investeringer. Det gjør at verdien er sterkt avhengig av prosjektets tilpasningsevne til disse usikre scenarioene. Nåverdimetoden er ikke velegnet til å verdsette denne tilpasningsevnen eller fleksibiliteten. Et godt metodisk alternativ er realopsjonsteori. En viktig konklusjon er at realopsjoner bør betraktes som en komplementær modell til tradisjonell nåverdianalyse, snarere enn en erstatning. Realopsjonsteori vil gi spesielt god tilleggsinformasjon ved vurdering av marginale oljeprosjekter med høy usikkerhet. Å tenke på et prosjekt som et sett av realopsjoner kan også gi selskapet viktig innsikt i hvordan en kan strukturere beslutningsvalgene i et prosjekt.

Jeg undersøker om verdivurdering av et oljefelt i Nordsjøen avhenger av om en bruker en realopsjonstilnærming eller DCF-metoden. Nærmere bestemt så tar jeg hensyn til at ledelsen har tre typer realopsjoner tilgjengelig: 1) Prosjektet kan utsettes, 2) det kan avsluttes tidlig, 3) samt ekspanderes hvis markedsforholdene utvikler i seg riktig. Resultatene indikerer en total opsjonspremie på 84.1 % over en statisk NPV-analyse. Ved full korrelasjon mellom variable kostnader og oljeprisen reduserer dennes premien til 53.3 %. Mine funn viser videre at simulering av mean reversion i oljeprisen reduseres sterkt verdien av prosjektet (\$ 292,5 millioner i stedet for \$ 423 millioner). Dette er også i tråd med tidligere litteratur på området (se eksempelvis Smith og McCardle (1999)). Det er likevel umulig å trekke noen generelle konklusjoner om opsjonspremien over en risikojustert metode, siden denne metoden er sterkt avhengig av ledelsen sine prognoser for fremtidige spotpriser. Generelt varierer premien fra 20-500 % ved å endre på parametre innenfor et realistisk mulighetsområde. Dette viser at verdien av fleksibilitet kan være betydelig i evalueringen av et oljefelt.

En hovedinnvending mot realopsjonsmetoden er at den kan være kompleks og vanskelig å forstå. Både stokastisk dynamisk programmering og risikonøytral vurderinger kan være ukjente begreper for beslutningstakere i oljeselskaper. Siden det ikke er lett å implementere kompliserte metoder i en organisasjon, er det nødvendig å simplifisere analysen i et rammeverk som er tilgjengelig for ledelsen. For å imøtekomme disse kravene, er modellen bygd rundt en diskret-tid binomisk prosess. Fordelen ved en slik diskret prosess er at beslutningstakerne lett kan følge verdiutviklingen i de forskjellige fasene. En diskret-tid modell gjør også at endringer i skatt, geologiske fordelinger og andre parametre enkelt kan

spores i modellen. Ulempen er at det kan oppstå feilmargin når en forenkler en kontinuerlig prisprosess til diskrete tidsintervall. I 5.2.4 vises det at denne feilmarginen ikke er av stor betydning ( $< 3\%$ ). For at modellen skal være et praktisk verktøy for selskapets planleggere, er det også nødvendig å utvikle den gjennom brukervennlig software. Jeg har valgt å presentere modellen i Microsoft Excel, hvor ett regneark inneholder inputparametre og resultater, og to andre regneark inneholder beregningene som utføres. Praktikere må imidlertid justere regnearkene for egne geologiske forventinger og andre situasjonsbetingede krav.

Realopsjonsmetoden<sup>14</sup> representerer i flere situasjoner en sterk forbedring av en statisk NPV-analyse, men en bør være oppmerksom på forutsetningene bak metoden. Antakelsen om at oljeprisen vil variere etter en "random walk" er for eksempel en sterk antakelse, og bør på sitt beste bare betraktes som en approksimering på prisprosessen. Dette understreker betydningen av å utføre sensitivitetsanalyse på bevegelsen til oljeprisen og andre viktige parametre.

Fremtiden ser imidlertid lys ut for praktisk anvendelse av realopsjonsteori, og det har i nyere tid pågått flere prøveprosjekter med realopsjoner i ledende oljeselskaper. En viktig lærdom fra teorien er at oljeselskaper bør være mer aktive i å investere i høy fleksibilitet allerede før prosjektstart. Til slutt vil jeg påpeke behovet for mer forskning på hvordan teknologisk fremgang har økt verdien av oljefelt på norsk sokkel. Estimering av en slik teknologisk vekstparameter kan bidra til å øke realismen i en realopsjonsmodell ytterligere, samt ha spennende innvirkninger på de langsiktige strategiene til oljeselskapene.

---

<sup>14</sup> Ingen metode kan fange alle faktorer som påvirker en investeringsbeslutning. Strategien til et selskap inneholder følgelig andre aspekter enn bare verdiskapning for eierne: Selskapet har også et ansvar i forhold til arbeidsmiljø, naturen osv. For eksempel kan det eksistere store uutviklede felt som ikke utforskes på grunn av de potensielle økologiske skadene til et viktig naturområde.

## 6.1 Litteraturliste

Asheim, H., Hallefjord, Å. (1988): ”Valg av detaljeringsnivå i reservoarmodellering ved tidlig feltevaluering”, (In Norwegian) *CMI report no. 872330-4*, Chr.

Michelsen Institute, Bergen

Austvik, O.G. (1986): ”Søkelys på mekanismene i oljemarkedet”, (In Norwegian)

*NUPI report no. 97*, March 1986, Oslo

Brennan, M.J., Schwartz, E.S. (1985): “Evaluating Natural Resource Investments”, *Journal of Business*, v. 58, p. 135-157

Bjerksund, P., Ekern, S. (1990): “Managing Investment Opportunities Under Price Uncertainty: From “Last Chance” till “Wait and See” Strategies”, *Financial Management*, Autumn, p. 65-83

Bøhren, Ø., Ekern, S. (1985): ”Usikkerhet i oljeprosjekter. Relevante og irrelevante risikohensyn”, *SAF rapport nr. 1`85*, Bergen

Bjørstad, H., Hefting, T., Stensland, G. (1989): "A model for exploration decisions", *Energy Economics*, v. 11, p. 189-200

Black, F., Scholes M. (1973): ”The pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, v. 81, p. 637-654

Cox, J.C., Ross, S.A., Rubinstein, M. (1979): ”Option pricing: A simplified Approach”, *Journal of Financial Economics*, v. 7, p.229-263

Cortazar F., Schwartz E. S., (1998): “Monte Carlo evaluation model of an undeveloped oil field”. *Finance Working Paper*. Anderson Graduate School of Manangment, UCLA

Copeland,T. E., Antikarov, V., Copeland. T. (2001): “Real options: A Practitioners Guide”, *J. Ross Publishing*.

Deffeyes, K. S. (2006): “Beyond Oil: The view from Hubbert’s Peak”, *Douglas & McIntyre Ltd.*

Dixit, A. K., Pindyck R.S. (1994): "Investment under Uncertainty", *Princeton University Press, NJ*.

Haugland, D., Hallefjord, Å., Asheim, H. (1988): "Models for Petroleum Field Exploitation", *European Journal of Operational Research*, v. 37, p. 58-72

Hatchuel, A. and Moisdon J-C, (1997): "Modèles d'aide à la décision ou modèles d'organisation ? : le cas de la théorie de la décision et des investissements pétroliers", *internal report, ENSMP, Centre de Gestion Scientifique*.

Haugen, K.K. (1996): "A Stochastic Dynamic Programming Model for Scheduling of Offshore Petroleum Fields with Resource Uncertainty", *European Journal of Operational Research*, v. 88, p. 88-100

Hull, J. (2008): "Options, Futures, and Other Derivate Securities", 7 edition. *Prentice-Hall*.

Hall, J., Nicolls, S. (2007): "Valuation of mining projects using option pricing techniques", *JASSA No. 4*, Forthcoming. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=955058>

Klitz, J.K. (1980): "North Sea Oil", *Pergamon Press, Oxford*

Laine J.P. (1997): "Option Valuation of Field Development Projects", *SPE 37965*, presented at the 1997 SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium, Dallas Texas

Lund, M. W (1999): "Real options in offshore oil field development projects", *Proceedings 3rd International Conference on Real Options*, held 6-8 June Wassenaar, Holland.

Laughton, D. Jacoby. (1993): "Reversion, timing options and long-term decision-making", *Financial Management* 22, 225-240.

Laughton, D., (1998b): "The management of flexibility in the upstream petroleum industry", *Energy Journal* 19, 83-109.

London, J., (2005): "Modeling Derivatives in C++", *John Wiley & Sons, Ltd.*.

Lund, M.W. (1997): "The Value of Flexibility in Offshore Oil Field Projects", Doktor ingeniør Thesis, *The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim*

---

Mun, J. (2002): "Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions", *John Wiley and Sons*, Hoboken, NJ.

Maugeri, L. (2006): "The Age of Oil: The Mythology, History, and Future of the World's Most Controversial Resource", *Praeger Publishers*, Westport, US

Myers, S. C. (1977): "Determinants of corporate borrowing." *Journal of financial economics* 5, no. 2: 147-176

Oljedirektoratet (2009): "Petroleumsressurser på norsk kontinentalsokkel", Stavanger

Oljedirektoratet (2009): "Fakta2009", Stavanger

Paddock, J.L, Siegel, D.R., Smith, J.L. (1988): "Option Valuation of Claims On Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases", *The Quarterly Journal of Economics*, August, p. 479-508

Rolstadås, A. (1986): "Estimate Classification and Risk Evaluation", *SINTEF rapport STF17 A86035*, Trondheim

Smit, H., (1997): "Investment Analysis of Offshore Concessions in the Netherlands", *Financial Management*, vol. 26, issue 2

Smith, J. E., Mccardle, K.F., (1999): "Options in the real world: Lessons learned in evaluating oil and gas investments", *Operations Research*, Vol. 47, No. 1, pp. 1-15

Schwartz, E. S., Cortazar, G., (1998): "Monte Carlo Evaluation Model of an Undeveloped Oil Field", *Journal of Energy Finance & Development*, Volume 3, Number 1, pages 73-84.

Schwartz, E. S. (1997b): "Valuing Long Term Commodity Assets". Working paper. *Anderson Graduate School of Management*, UCLA.

Trigeorgis L., (1996): "Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation", *MIT Press Cambridge*, Massachusetts.

Triantis, A.J., Hodder, J.E. (1990): "Valuing Flexibility as a Complex Option", *The*

***Avisartikler***

”Nytt oljesjokk?”. *Dagens Næringsliv Morgen* 08.02.10, <<http://www.dn.no>> (8. februar 2010)



## 6.2 Appendix

### 6.2.1 Appendix A

Tabell 7 viser en fullstendig oversikt over inputparametre som er brukt i base-case.

INPUTPARAMETRE - HOVEDDEL		INPUTPARAMETRE - USIKKERHETSKILDER	
<b>Oljeprosjektet</b>		<b>Undersøkelses- utforsking, og produksjonsfase:</b>	
Oljepris	80	<b>Oljepris - Brownsk bevegelse</b>	
Variabel kostnad <sub>BASE CASE</sub>	20	Volatilitet	30 %
Fast investeringskostnad	80	R <sub>f</sub>	4,00 %
Initial investering	300	Convenience yield	4 %
Produksjonsrate <sub>HØY</sub>	3	Antall steg pr år	1
Produksjonsrate <sub>LAV</sub>	2	Up bevegelse	1,350
Skattesats	50 %	Down bevegelse	0,741
Årlig R <sub>f</sub>	4 %	Risikonøytral p(up)	0,426
Maks oljepris	300	Risikonøytral p(down)	0,574
Minimum oljepris	20		
Investering utforsningsfase	50	<b>Undersøkelsesfase: Reservoarusikkerhet</b>	
Investering undersøkelsesfase	30	<b>Indikasjonsfasen</b>	<b>Sannsynlighet</b>
<b>Opsjoner</b>		Våt brønn	0,9
<b>Fleksibilitet til å avvise prosjektet</b>		Tørr brønn	0,1
Kostnad ved å stenge	50		
<b>Fleksibilitet til å ekspandere prosjektet</b>		<b>Utforskningsfase: Reservoarvolumet</b>	
Tilleggsinvestering	50	<b>Utforskningsfasen</b>	<b>Produksjonsrate</b>
Faktorverdi (Økt verdi av prosjektet)	1,05	Høyt volum	3
		Lavt volum	2
		<b>Sannsynlighetsfordeling for utfall</b>	
		Høy	0,6
		Lav	0,4
		<b>Betinget sannsynligheter for utfall(gitt positivt funn)</b>	
		Høy	0,67
		Lav	0,44

*Tabell 7: Oversikt over inputparametre i modellen*

### 6.2.2 Appendix B – Beregning av et eksempel

I tabell 1 i 5.2.1 er netto nåverdi med full fleksibilitet og en volatilitet i oljeprisen på 30 % lik \$ 292,5 millioner. Dette tallet fremkommer ved å først beregne verdien av prosjektet med full fleksibilitet i produksjonsfasen ved å følge steg 1-3 presentert i 4.3.1 – 4.3.3. Denne prosessen gjøres for alle mulige produksjonsscenarioer. Disse scenarioene bestemmes av utviklingen i oljepris og reservoarusikkerhet i de to første fasene. I modellen er det initialt 90 % sjanse for oljefunn, og videre 60% og 40% sjanse for et reservoarvolum på henholdsvis 60 millioner fat og 40 millioner fat. De kombinerte usikkerhetskildene er gitt som følger:

**Oljepris og reservoarusikkerhet - Undersøkelsesfasen**

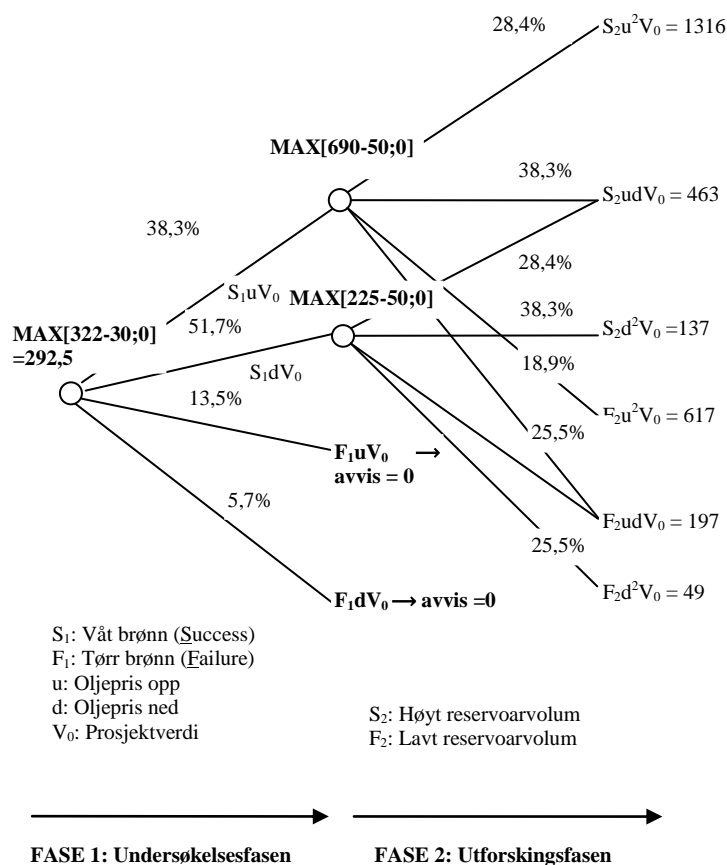
		Oljepris	
Reservoaret	Våt brønn	Pris opp 38,3 %	Pris ned 51,7 %
	Tørr brønn	13,5 %	5,7 %

**Oljepris og usikkerhet i reservoarvolum - Utforsningsfasen**

		Oljepris	
Reservoarvolum	Høyt volum	Pris opp 28,4 %	Pris ned 38,3 %
	Lavt volum	18,9 %	25,5 %

*Figur 5.2 Kombinerte usikkerhetsskilder for ulike utfall – ingen korrelasjon*

Disse utfallssannsynlighetene brukes deretter i den rekursive prosessen. Handlingsvalgene til ledelsen følger et sekvensielt mønster, hvor prosjektet kan avvises i starten på undersøkelsesfasen og utforsningsfasen til kostnader på henholdsvis \$30 og \$ 50 millioner dollar. Prosessen er gjengitt i figur 5.3.



## 6.2.3 Appendix C

Nedenfor gjengis kodematerialet (C++) for henholdsvis en amerikansk og europeisk opsjon. Se for øvrig London (2005) for en ypperlig innføring i koding av derivater.

### Amerikansk opsjon

```
double buildBinomialTreeCRRAmerican(double price, double strike, double rate, double dividend, double vol,
double T, int N, char type)
{
    int i,j,i1;

    double prob;
    double a;
    double num = 0.0;
    double up = 0.0;
    double down = 0.0;
    double dt = 0.0;

    if (N > MAXN)
    {
        printf(" N > %i ",MAXN);
        return 0;
    };

    dt = T/N;
    up = exp(vol*sqrt(dt));
    down = 1/up;
    a = exp((rate-dividend)*dt);
    prob = (a - down)/(up - down);

    for (i = 0; i <= N; i++)
    {
        for (j = 0; j <= i; j++)
        {
            S[i][j] = price*(pow(up,j))*(pow(down,i-j));
            //initialization
            c[i][j] = 0;
        }
    }

    for (j = N; j >= 0; j--)
    {
        if (type == 'C')
        {
            c[N][j] = max(S[N][j] - strike,0);

        }
        else
        {
            c[N][j] = max(strike - S[N][j],0);
        }
    }
}
```

```
    }  
  }  
  
  for (i = N-1; i >= 0; i--)  
  {  
    for (j = i; j >= 0; j--)  
    {  
      if (type == 'C')  
      {  
        c[i][j] = exp(-rate*dt)*(prob*(c[i+1][j+1]) + (1 - prob)*(c[i+1][j]));  
        c[i][j] = max(c[i][j], S[i][j] - strike);  
      }  
      else //if type == 'P'  
      {  
        c[i][j] = exp(-rate*dt)*(prob*(c[i+1][j+1]) + (1 - prob)*(c[i+1][j]));  
        c[i][j] = max(c[i][j], strike - S[i][j]);  
      }  
    }  
  }  
  
  return c[0][0];  
  
}
```

## Europeisk opsjon

```
double buildBinomialTreeCRREuropean(double price, double strike, double rate, double dividend, double vol,  
double T, int N, char type)  
{  
  
  int i,j;  
  
  double prob;  
  double a;  
  double num = 0.0;  
  double up = 0.0;  
  double down = 0.0;  
  double dt = 0.0;  
  
  if (N > MAXN)  
  {  
    printf(" N > %i ",MAXN);  
    return 0;  
  };  
  
  dt = T/N;  
  up = exp(vol*sqrt(dt));  
  down = 1/up;  
  a = exp((rate-dividend)*dt);  
  prob = (a - down)/(up - down);  
  
  for (i = 0; i <= N; i++)  
  {  
    for (j = 0; j <= i; j++)  
    {  
      S[i][j] = price*(pow(up,j))*(pow(down,i-j));  
    }  
  }  
}
```

---

```
    }  
  }  
  
  for (j = N; j >= 0; j--)  
  {  
    if (type == 'C')  
      c[N][j] = max(S[N][j]-strike,0);  
    else  
      c[N][j] = max(strike - S[N][j],0);  
  }  
  
  for (i = N-1; i >= 0; i--)  
  {  
    for (j = i; j >= 0; j--)  
    {  
  
      c[i][j] = max(exp(-rate*dt)*(prob*(c[i+1][j+1]) + (1 - prob)*(c[i+1][j])),0);  
    }  
  }  
  
  return c[0][0];  
}
```